

# MODELADO DINÁMICO DE UN CUADRICÓPTERO POR EL MÉTODO DE NEWTON EULER



Leidy Mariani Dorado  
Jose Eduardo Londoño

CORPORACION UNIVERSITARIA AUTONOMA DEL CAUCA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERIA ELECTRONICA  
POPAYÁN 2016

# MODELADO DINÁMICO DE UN CUADRICÓPTERO POR EL MÉTODO DE NEWTON EULER



Leidy Mariani Dorado  
Jose Eduardo Londoño

Trabajo de grado para optar al título de ingeniero electrónico

Director

Ing. DANIEL ORTEGA

CORPORACION UNIVERSITARIA AUTONOMA DEL CAUCA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERIA ELECTRONICA  
POPAYÁN 2016

## **Nota de aceptación**

Aprobado por el comité de grado en cumplimiento con los requisitos exigidos por la corporación universitaria autónoma del cauca para optar al título de ingeniero electrónico.

---

**JURADO 1**  
Juan Pablo Diago Rodriguez

---

**JURADO 2**  
Jonathan Alberto Jojoa Bolaños

---

**DIRECTOR DE PROYECTO**  
Daniel Ortega

Popayán, 2016.

## **AGRADECIMIENTOS:**

Quiero agradecer primeramente a Dios por darme los dones y virtudes necesarios para culminar con mi carrera, a mi madre querida ya que sin su apoyo, entrega y dedicación no sería la persona que soy ahora, gracias madre por ser mi sustento, mi apoyo constante y mi fiel amiga.

Agradezco a mi compañero de grupo José Londoño, porque gracias a su colaboración y ayuda mutua pudimos concluir con el proyecto, a mi director de grado Daniel Ortega por compartir con nosotros todos sus conocimientos e interesarse por nosotros y el desarrollo del proyecto.

Agradezco a toda mi familia y amigos que estuvieron presentes y aportaron su granito de arena para que este sueño se hiciera realidad.

Leidy Mariani Dorado

A Dios, a mi madre Nasy Enríquez y mi padre José Londoño por el apoyo incondicional que me brindaron muchas gracias

José Eduardo Londoño

## TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS .....	5
ÍNDICE DE TABLAS .....	7
ANEXOS .....	8
1. CAPÍTULO I: CONTEXTO GENERAL .....	3
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	3
1.2 OBJETIVOS .....	4
1.2.1 General: .....	4
1.2.2 Específicos: .....	4
1.3 ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO .....	4
1.3.1 Marco conceptual .....	4
1.3.2 Modelo Dinámico .....	9
1.3.3 Control PID .....	14
1.4 TRABAJOS RELACIONADOS .....	15
1.4.1 Control de Cuadricópteros .....	15
2. CAPÍTULO II: MODELADO .....	17
2.1 Modelo cinemático .....	17
2.1.1 Matrices de rotación .....	18
2.1.2 Velocidad angular .....	22
2.2 Análisis físico del motor .....	24
2.3 Análisis de fuerzas .....	26
2.4 Análisis de torques .....	30
2.5 Ecuaciones de movimiento .....	31
3. CAPÍTULO III: IMPLEMENTACIÓN .....	34
3.1 BLOQUE MECÁNICO .....	34
3.1.1 Módulo estructural .....	35
3.1.2 Módulo Mecánico .....	36
3.1 BLOQUE ELÉCTRICO .....	41
3.2.1 Módulo de Potencia .....	41
3.2.2 ESC (Electronic Speed Control) .....	45
3.2.3 Módulo de sensado .....	46
3.2.4 Módulo de comunicación .....	51

3.2.5	Módulo Lógico .....	55
4.	CAPÍTULO IV: PRUEBAS Y EVALUACIÓN .....	59
4.1	Pruebas para las baterías .....	59
4.2	Pruebas a la estructura del primer cuadricóptero .....	60
4.3	Pruebas en MATLAB .....	61
4.4	Pruebas en el segundo cuadricóptero .....	61
4.5	Prueba de estabilidad .....	62
4.6	Prueba entorno virtual.....	63
4.7	Pruebas de ruido.....	64
4.8	Prueba de comunicación y envío de datos. ....	65
4.9	Evaluación del modelo dinámico del cuadricóptero e instrumentación	65
5.	CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS .....	72
5.1	Conclusiones .....	72
5.2	Trabajos futuros.....	72
	REFERENCIAS .....	74
	Anexo A. Uso del cargador para baterías .....	81
	Anexo B. Diagramas de flujo.....	86
	Anexo C. GPS.....	92
	Anexo D. Funcionamiento de RC y sus partes .....	93
	Anexo E. Normatividad de vuelo para Drones .....	95

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Cuadricóptero Q450 V3. Fuente: Propia. ....	5
<b>Figura 2.</b> Cuadricóptero en cruz y en "x". Fuente: [9]. ....	5
<b>Figura 3.</b> Rotación a la izquierda. Fuente: [11]. ....	6
<b>Figura 4.</b> Rotación a la derecha. Fuente: [11]. ....	6
<b>Figura 5.</b> Levantamiento. Fuente: [11]. ....	7
<b>Figura 6.</b> Elevación para configuración en x. Fuente: [13]. ....	7
<b>Figura 7.</b> Desplazamiento a la derecha. Fuente: [13]. ....	7
<b>Figura 8.</b> Desplazamiento a la izquierda. Fuente: [13]. ....	8
<b>Figura 9.</b> Ángulos de orientación. Fuente: [11]. ....	8
<b>Figura 10.</b> Ángulos de Pitch, Roll y Yaw. Fuente: [14]. ....	9
<b>Figura 11.</b> Marco del cuerpo y marco inercial. Fuente: [16]. ....	12
<b>Figura 12.</b> Sistemas de eje de cuerpos. Fuente: [20]. ....	12
<b>Figura 13.</b> Sistema de referencia y fuerzas. Fuente: Propia. ....	18
<b>Figura 14.</b> Rotación de ángulos de Euler. Fuente: [35]. ....	18
<b>Figura 15.</b> Diagrama de Bloques. Fuente: propia. ....	34
<b>Figura 16.</b> Bloque Mecánico. Fuente: Propia. ....	34
<b>Figura 17.</b> Módulo estructural. Fuente: propia. ....	35
<b>Figura 18.</b> Base del cuadricóptero. Fuente: propia. ....	36
<b>Figura 19.</b> Módulo mecánico. Fuente: propia. ....	37
<b>Figura 20.</b> D2830/11 motor brushless. Fuente: [43]. ....	37
<b>Figura 21.</b> Medidas del motor 2830/11. Fuente: [43]. ....	38
<b>Figura 22.</b> Ciclo de trabajo de 10%. Fuente: [45]. ....	39
<b>Figura 23.</b> Hélices de 10x4.5. Fuente: propia. ....	41
<b>Figura 24.</b> Bloque eléctrico. Fuente: propia. ....	41
<b>Figura 25.</b> Batería LiPo 3S 2,200mAh. Fuente: propia. ....	42
<b>Figura 26.</b> Batería LiPo ZIPPY 2200mAh, 3S. Fuente: propia. ....	43
<b>Figura 27.</b> Salva Lipo. Fuente: Propia. ....	44
<b>Figure 28.</b> Power Distributions Board. Fuente: [56]. ....	45
<b>Figura 29.</b> Conexión de ESC. Fuente: [59]. ....	45
<b>Figura 30.</b> ESC-30A. Fuente: [57]. ....	46
<b>Figura 31.</b> MPU6050 GY 521. Fuente: [61]. ....	46
<b>Figura 32.</b> MPU en posición horizontal y vertical. Tomada de [62] ....	47
<b>Figura 33.</b> Sensor HMC5883L. Fuente: [66]. ....	49
<b>Figura 34.</b> GP-20U7. Fuente: [69]. ....	51
<b>Figura 35.</b> Dispositivo Bluetooth CZ-HC-05 gomcu. Fuente: [73]. ....	52
<b>Figura 36.</b> Futaba 6EX. Fuente: Propia. ....	53
<b>Figura 37.</b> Arduino Mega 2560. Fuente : [79]. ....	56
<b>Figura 38.</b> Arduino Uno. Fuente: [82]. ....	57
<b>Figura 39.</b> Base para pruebas del segundo cuadricóptero. Fuente: Propia. ....	62

<b>Figura 40.</b> Cuadricóptero colgado a dos alambres. Fuente: Propia. ....	62
<b>Figura 41.</b> Estabilización primer eje. Fuente: Propia. ....	63
<b>Figura 42.</b> Estabilización segundo eje. Fuente: Propia. ....	63
<b>Figura 43.</b> Plataforma en processing. Fuente: Propia. ....	64
<b>Figura 44.</b> Esquemático. Fuente: Propia. ....	64
<b>Figura 45.</b> Circuito completo. Fuente: Propia. ....	65
<b>Figura 46.</b> Vuelo del cuadricóptero. Fuente: Propia. ....	66
<b>Figura 47.</b> Inclinación a la izquierda. Fuente: Propia. ....	66
<b>Figura 48.</b> Inclinación izquierda en processing. Fuente: Propia. ....	67
<b>Figura 49.</b> Inclinación a la derecha. Fuente: Propia. ....	67
<b>Figura 50.</b> Inclinación a la derecha en processing. Fuente: Propia. ....	68
<b>Figura 51.</b> Inclinación hacia adelante. Fuente: Propia. ....	68
<b>Figura 52.</b> Inclinación adelante en processing. Fuente: Propia. ....	69
<b>Figura 53.</b> Inclinación hacia atrás. Fuente: Propia. ....	69
<b>Figura 54.</b> Inclinación hacia atrás en processing. Fuente: Propia. ....	70
<b>Figura 55.</b> Posición estable. Fuente: Propia. ....	70
<b>Figura 56.</b> Posición estable en processing. Fuente: Propia. ....	71
<b>Figura 57.</b> Cargador Imax b6. [Fuente Propia] ....	81
<b>Figura 58.</b> Cargador a la fuente de poder externa. [Fuente Propia] ....	82
<b>Figura 59.</b> Función para baterías LiPo. [Fuente Propia] ....	83
<b>Figura 60.</b> Conexión del Jack de carga. [Fuente Propia] ....	83
<b>Figura 61.</b> Batería conectada al cargador B6. [Fuente Propia] ....	84
<b>Figura 62.</b> Carga total. [Fuente propia] ....	84
<b>Figura 63.</b> Calibración de los ESC's ....	86
<b>Figura 64.</b> Sincronización. Tomado de [Fuente Propia] ....	87
<b>Figura 65.</b> Configuración inicial. Tomado de [Fuente Propia] ....	88
<b>Figura 66.</b> Control de vuelo. [Fuente Propia] ....	89
<b>Figura 67.</b> Diagrama de flujo MATLAB. [Fuente Propia] ....	90
<b>Figura 68.</b> Diagrama de flujo Processing. [Fuente Propia] ....	91
<b>Figura 69.</b> Partes del transmisor. Tomado de [75]. ....	93
<b>Figura 70.</b> Primer cuadricóptero. Tomado de [Fuente Propia] ....	101
<b>Figura 71.</b> Base del primer cuadricóptero ....	101
<b>Figura 72.</b> Base para pruebas. [Fuente Propia] ....	103

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Especificaciones de la Q450 V3 .Fuente: propia. ....	36
<b>Tabla 2.</b> Características y medidas del motor D2830/1. Fuente: [43]. ....	38
<b>Tabla 3.</b> Hélices según Motor. Fuente: [48]. ....	39
<b>Tabla 4.</b> Características del salva lipo. Fuente: [54]. ....	44
<b>Tabla 5.</b> Especificaciones del Power Distribution Board. Fuente: propia.....	44
<b>Tabla 6.</b> ESC especificaciones. Fuente: propia. ....	46
<b>Tabla 7.</b> Características del Acelerómetro. Fuente: [60]. ....	47
<b>Tabla 8.</b> Características del giroscopio. Fuente: [60]. ....	48
<b>Tabla 9.</b> Características del LSM303DLHC. Fuente: [65]. ....	49
<b>Tabla 10.</b> Especificaciones del GP-20U7. Tomado de [70] .....	51
<b>Tabla 11.</b> Características del CZ-HC-05. Fuente: [72]. ....	52
<b>Tabla 12.</b> Características del Transmisor. Fuente: [75]. ....	53
<b>Tabla 13.</b> Características del Receptor. Fuente: [75]. ....	53
<b>Tabla 14.</b> Especificaciones de la Arduino Mega. Fuente: [80]. ....	56
<b>Tabla 15.</b> Características de Arduino Uno. Fuente: [82]. ....	57
<b>Tabla 16.</b> Banco de pruebas de las baterías. Fuente: propia. ....	59
<b>Tabla 17.</b> Medidas del primer cuadricóptero. Fuente: Propia. ....	60
<b>Tabla 18.</b> Medidas segundo cuadricóptero. Fuente: Propia. ....	61
<b>Tabla 19.</b> Características del Imax b6. Tomado de [83] .....	81
<b>Tabla 20.</b> Especificaciones de la base X525-V3 [Fuente propia].....	102
<b>Tabla 21.</b> Especificaciones de la primera base. [Fuente Propia].....	103

# ANEXOS

Anexo A. Uso del cargador para baterías .....	81
Anexo B. Diagramas de flujo.....	86
Anexo C. GPS.....	92
Anexo D. Funcionamiento de RC y sus partes .....	93
Anexo F. Normatividad de vuelo para Drones .....	95
Anexo E. Primer Estructura del cuadricóptero .....	101

## RESUMEN

En este documento se describen los temas matemáticos necesarios para la realización y obtención del modelo dinámico de un Drone, tipo cuadricóptero, para el cual se realiza el análisis del modelo por el método de Newton- Euler, se desarrolla y explica la instrumentación a bordo y toda la telemetría necesaria para la validación del mismo.

Con el fin de demostrar la fidelidad del modelo dinámico se realizan pruebas, se obtienen las conclusiones y a través de la lectura de los sensores se llega a la realización de un control PID para el cuadricóptero en estudio.

Para el desarrollo de este trabajo se realiza un estudio y se expone las temáticas necesarias para la obtención del modelo dinámico, también se hace la respectiva exposición de los elementos que conforman el cuadricóptero para su armado y vuelo.

Este trabajo está hecho con el fin de demostrar la importancia de los cuadricópteros, exponer los nuevos usos que se le están dando a este tipo de Drones, conocer más acerca de los mismos y sus beneficios en esta nueva Era.

**Palabras clave:** Modelo dinámico, telemetría, cuadricóptero, PID y sensores.

## ABSTRACT

This document is described the necessary mathematical topics for the realization and obtaining the dynamic model of a Drone, quadcopter type, whereby is realized the model analysis by the Newton-Euler method, develops and explains the instrumentation on board and all necessary telemetry for its validation.

In the order to demonstrate the fidelity of dynamic model is realized tests, is obtained the conclusions and through the sensor reading is got the realization of a PID control of the quadcopter under study.

For the development of this project is realized a study and is exposed the necessary topics for the obtaining of dynamic model, Also is realized the respective exposition of elements quadcopter to its armed and its fly.

This project is done for the reason to demonstrate the importance of quadcopters, expose new uses that is been giving this type of Drone, learn more about them and their benefits in this new age.

**Keywords:** Dynamic model, telemetry, quadcopter, PID and sensors.

# INTRODUCCIÓN

Gracias a los avances tecnológicos de los últimos años, la humanidad ha mejorado procesos que antes resultaban tediosos y complicados. Procesos que en muchas ocasiones resultan de vital importancia para la vida humana como lo son la búsqueda de personas en terrenos de difícil acceso, vigilancia de cultivos, entre otros. Uno de esos avances que contribuyo a esta problemática fue la creación de los vehículos aéreos no tripulados, entre los cuales se encuentran los UAV<sup>1</sup>, los cuadricópteros, helicópteros de cuatro motores, dan una solución perfecta debido a su gran estabilidad y vuelo vertical.

Este proyecto abarca los temas necesarios para obtener el modelo dinámico de un cuadricóptero, con el objetivo de conocer su dinámica, utilizando varios elementos electrónicos que ayudan en este proceso.

Para cumplir con el objetivo propuesto del proyecto, es necesario seguir los algunos pasos para el desarrollo del mismo, los cuales se presentan a continuación:

1. Conocer los fundamentos teóricos para el desarrollo del modelo dinámico del cuadricóptero.
2. Realizar el análisis de las ecuaciones y las leyes de movimiento y fuerzas que rigen el cuadricóptero.
3. Adquirir, manejar y manipular los elementos que hacen parte de la estructura de la aeronave.
4. Realizar la calibración de los sensores<sup>2</sup> seleccionados y los motores para realizar las pruebas.
5. Aplicar los conocimientos adquiridos para modelar el cuadricóptero.
6. Realizar las evaluaciones del modelo correspondientes.

**El presente proyecto se estructura de la siguiente manera:**

**Capítulo 1:** Se presenta, el planteamiento del problema, los objetivos generales y específicos, el estado actual del conocimiento, el cual se divide en dos ítems, el marco conceptual y el modelo dinámico. Por último se muestran algunos trabajos relacionados.

**Capítulo 2:** Se exhiben, todos los modelos matemáticos, las leyes físicas y el desarrollo matemático necesarios para llegar al modelo dinámico del cuadricóptero seleccionado.

**Capítulo 3:** Se muestra y explica toda la instrumentación necesaria para el desarrollo de este proyecto, dividiendo el capítulo en dos bloques fundamentales: bloque mecánico y bloque eléctrico.

**Capítulo 4:** Se realizan todas las pruebas y evaluaciones con base en el modelo obtenido del cuadricóptero.

---

<sup>1</sup> **UAV:** Unmanned Aerial Vehicle, en español vehículo aéreo no tripulado.

<sup>2</sup> **Sensor:** Dispositivo que obtiene magnitudes físicas de su entorno.

**Capítulo 5:** Se exponen las conclusiones obtenidas y se muestran los trabajos que se pueden realizar a futuro.

# 1. CAPÍTULO I: CONTEXTO GENERAL

En este capítulo se realizará un resumen acerca del planteamiento del problema, los objetivos del proyecto, el estado actual del conocimiento, trabajos relacionados, contenido, instrumentación y la parte matemática implicada en el proyecto; Necesarios para conocer los fundamentos teóricos más importantes para entender y llevar a cabo el desarrollo de este trabajo.

## 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un cuadricóptero también conocido como cuadrotor es un helicóptero conformado por cuatro motores o rotores para el control de su movimiento y propulsión [1]. Dos de sus hélices giran en un sentido y las otras dos giran en sentido contrario [2].

Los movimientos de traslación y rotación de un cuadricóptero se controlan mediante variaciones en la velocidad de giro de sus motores que concretan las fuerzas de empuje vertical en cada uno de ellos. Entonces para que el mecanismo descienda o ascienda se debe aumentar o disminuir la velocidad de rotación de los motores simultáneamente [3]. En la actualidad los cuadricópteros son utilizados como vehículos aéreos no tripulados (UAV) de despegue y aterrizaje vertical (VTOL); Con los nuevos avances que los UAV han sufrido, se están empleando estos aparatos aéreos para la recepción de imágenes en el aire, búsqueda de personas en montañas, selvas, cuevas, etc. También son utilizados para vigilancia aérea y muchas otras aplicaciones [4].

La principal característica de los cuadricópteros es su maniobrabilidad que le proporcionan las cuatro hélices, dándole una buena estabilidad y exactitud en su vuelo estacionario, aunque la desventaja se presenta en el vuelo horizontal cuando se desea rapidez [5].

Para el control de un cuadricóptero es necesario realizar y calcular la mecánica que permite el movimiento del mismo, la cual es diferente para cada cuadricóptero, por esta razón es necesario desarrollar los modelos cinemáticos y dinámicos que conforman el cuadricóptero (modelos matemáticos), el método de Newton Euler es utilizado en robótica para conocer el movimiento de un robot y las fuerzas implicadas en el [5], en el cuadricóptero este método servirá para conocer el movimiento del mismo, esto con el fin de obtener los parámetros de rotación y translación.

De esta manera se ha llegado a la formulación de esta pregunta: ¿Cómo realizar el modelo dinámico de un cuadricóptero mediante el método de Newton Euler?

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 *General:*

- Implementar el modelo dinámico de un cuadricóptero con base en el método de Newton Euler.

### 1.2.2 *Específicos:*

- Modelar un cuadricóptero por el método de Newton Euler.
- Implementar la instrumentación a bordo (giróscopo, acelerómetro y gps) del cuadricóptero que permita comprobar su modelado dinámico.
- Validar el modelo matemático realizado.

## 1.3 ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO

A continuación se realizará un resumen explicativo acerca del contenido, la instrumentación y la parte matemática implicada en el proyecto. Información de la cual se partirá, para desarrollar el Modelado Dinámico de un cuadricóptero, por último se mencionaran algunos trabajos importantes relacionados al actual escrito.

### 1.3.1 *Marco conceptual*

Para hablar acerca de un cuadricóptero, se tendrá que hablar del año de 1921 cuando fue construido el primer avión cuadrotor, por el ejército estadounidense, el cual no tuvo muchos resultados favorables con respecto al vuelo estacionario y rotatorio razón por la que fue cancelado el proyecto por falta de resultados, pero ahí no terminaron los estudios acerca de este tipo de vehículos aéreos, ya que en Europa el francés Etienne Œhmichen, tuvo éxito al quedar suspendido durante cinco minutos; para 1924, se levanta más de diez metros sobre el nivel del mar y a más de un kilómetro en círculos [6]. Al ver que este tipo de aeronaves no eran muy viables para el transporte de pasajeros, pasaron a ser investigados y construidos como modelos de aeronaves teledirigidas<sup>3</sup>, para usos militares, para distracción entre otras actividades que involucran aficionados a este tipo de aeronaves [6]. En la actualidad los cuadricópteros o UAV (vehículos aéreos no tripulados), son utilizados en vigilancia remota, búsqueda de personas en terrenos de difícil acceso, todo esto es posible a su gran estabilidad en el vuelo y también por el hecho de que muchos de estos dispositivos están equipados con cámaras y pueden soportar el peso de la misma sin verse muy afectados [7].

Para este proyecto se escogió el Q450 V3 Glass Fiber Quadcopter Frame 450mm, este es el marco que conforma el cuadricóptero [8], los demás elementos del mismo fueron escogidos según las características del proyecto y su finalidad. El cuadricóptero completo aparece en la

Figura 1, con todos sus componentes, en el capítulo III se explica cada componente del mismo.

---

<sup>3</sup> **Teledirigidas:** Mecanismo que se dirige, controla o maneja a distancia.



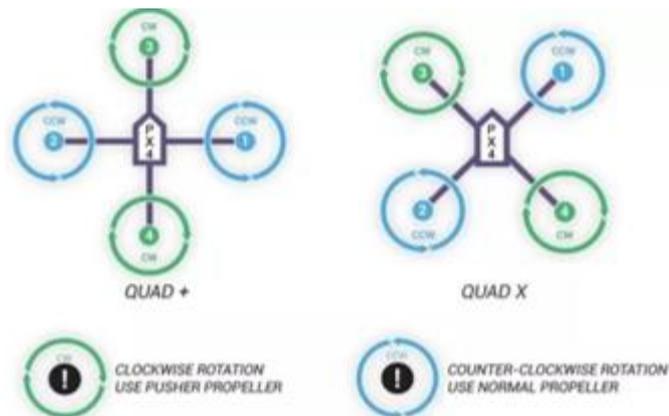
**Figura 1.** Cuadricóptero Q450 V3. Fuente: Propia.

Un cuadricóptero es nombrado de esta manera debido a que cuenta con cuatro motores que le proporcionan los movimientos, los cuales funcionan de la siguiente manera [9]:

### 1.3.1.1 Funcionamiento del cuadricóptero

Estos dispositivos o drones<sup>4</sup>, como también son llamados, pueden funcionar de dos modos:

- En forma de cruz, como se puede observar en la Figura 2, lado izquierdo, en la cual los motores 4 y 3 giran en el sentido de las manecillas del reloj, contrario a los motores 1 y 2 que giran en sentido anti horario [9].
- En forma de x, como se indica en el lado derecho de la Figura 2, donde los motores 3 y 4 giran en sentido horario y los motores 1 y 2 en sentido opuesto a las manecillas del reloj [9].

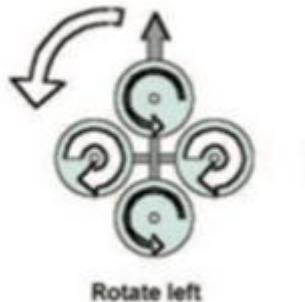


**Figura 2.** Cuadricóptero en cruz y en "x". Fuente: [9].

<sup>4</sup> **Drones:** Vehículo aéreo capaz de ser comandado a distancia.

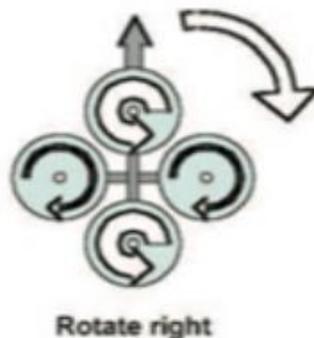
### Forma de cruz

En principio para poder direccionar la posición del cuadricóptero se debe conocer la velocidad de giro que necesita cada motor, para trasladarse de un lado a otro, en la Figura 3, podemos ver que para que el Cuadricóptero gire a la izquierda se necesita aumentar la velocidad de los motores 1 y 2 y disminuir en igual magnitud las velocidades de los motores 3 y 4 [10].



**Figura 3.** Rotación a la izquierda. Fuente: [11].

Para que el cuadricóptero gire a la derecha, los motores 1 y 2 deben disminuir su velocidad, como se observa en la Figura 4; por el contrario los motores 3 y 4 deben aumentar su velocidad en igual magnitud, debido a que si no se disminuye en las mismas proporciones de la magnitud el cuadricóptero se desestabiliza<sup>5</sup> y puede estrellarse [10].



**Figura 4.** Rotación a la derecha. Fuente: [11].

Pero si queremos que el cuadricóptero suba y se quede estable en una posición, una de las virtudes que posee este tipo de Drone, lo que se debe hacer es

---

<sup>5</sup> **Desestabilizar:** Hacer perder la firmeza, equilibrio, posición en el espacio o la estabilidad de algo.

mantener los cuatro motores a la misma velocidad, como se puede observar en la Figura 5 [10].



**Figura 5.** Levantamiento. Fuente: [11].

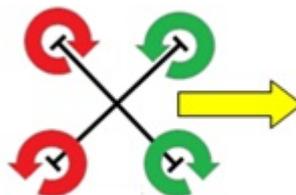
### Forma de x

La configuración en x es la que se ha escogido para este proyecto, es decir Figura 2 lado derecho, esta configuración está establecida con dos motores delanteros y dos en la parte de atrás. Al igual que la configuración en cruz si se quiere que el cuadricóptero se eleve en una posición es necesario que los cuatro motores giren a la misma velocidad como se observa en Figura 6 [12].



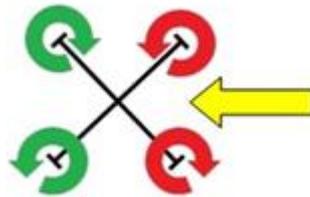
**Figura 6.** Elevación para configuración en x. Fuente: [13].

Si se desea que el cuadricóptero vaya hacia la derecha, se debe aumentar la velocidad de los motores tres y dos, también se debe disminuir en igual proporción la velocidad de los motores uno y cuatro, así el cuadricóptero se desplaza a la derecha (Figura 7) [12].



**Figura 7.** Desplazamiento a la derecha. Fuente: [13].

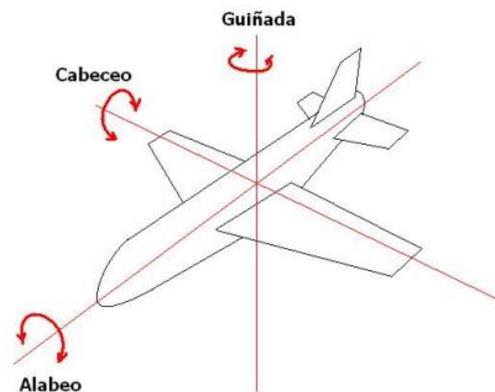
Para que el cuadricóptero se desplace a la izquierda, como se observa en Figura 8, se aumenta la velocidad de los motores uno y cuatro y se disminuye la velocidad de los motores uno y tres [12].



**Figura 8.** Desplazamiento a la izquierda. Fuente: [13].

### 1.3.1.2 Yaw, Roll y Pitch.

Los ángulos Yaw  $\psi$ , Roll  $\phi$  y Pitch  $\theta$ , corresponden a los ángulos de guiñada, alabeo y cabeceo respectivamente, estos son los ejes que se utilizan en la aeronáutica<sup>6</sup> como se puede observar en la Figura 9, donde Yaw gira alrededor del eje Z, Roll alrededor del eje X y Pitch alrededor del eje Y [1].



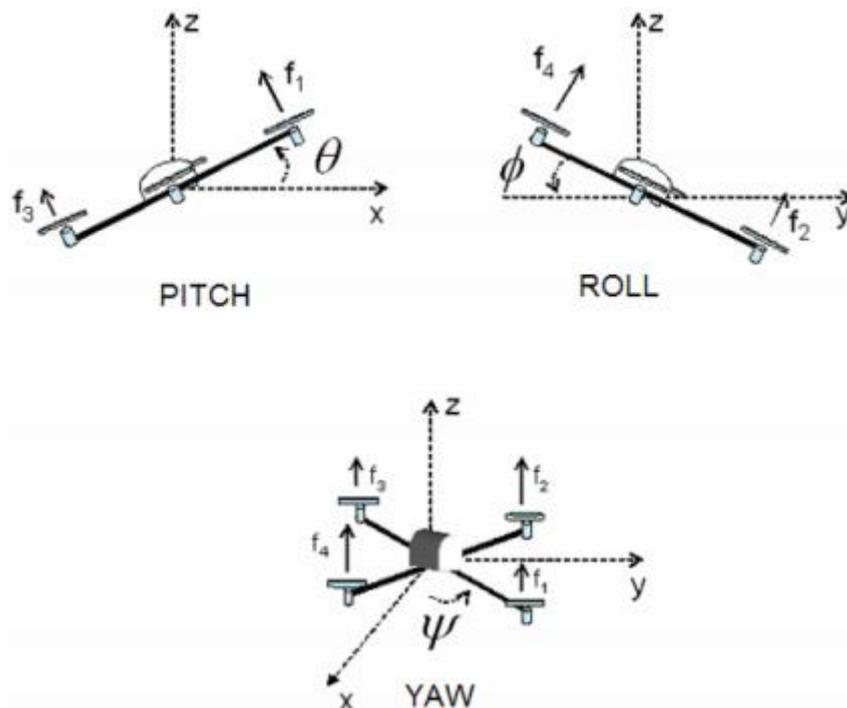
**Figura 9.** Ángulos de orientación. Fuente: [11].

Los movimientos del cuadricóptero se logran a través de la manipulación de sus motores, para un cuadricóptero tipo x, por ejemplo el movimiento tipo Roll (arriba y abajo) se logra con el aumento o disminución de la velocidad de los motores 4 y 2 respectivamente, para el movimiento Pitch (adelante y atrás) se da mediante el aumento o disminución de la velocidad de los motores 1 y 3 equitativamente y por ultimo para lograr el movimiento Yaw (derecha o izquierda) puede darse con la disminución o aumento de los motores 1 y 3 con respecto a los motores 2 y 4,

<sup>6</sup> **Aeronáutica:** Ciencia y conjunto de medios que se ocupa a la construcción de vehículos capaces de volar.

es decir si aumenta la velocidad de los motores 1 y 3 se debe disminuir la velocidad de los motores 2 y 4 en la misma magnitud y así en viceversa [14].

En la Figura 10 se puede observar con mayor claridad los movimientos de los ángulos Roll  $\phi$ , Pitch  $\theta$  y Yaw  $\psi$ , respectivamente y la fuerza de empuje de cada motor.



**Figura 10.** Ángulos de Pitch, Roll y Yaw. Fuente: [14].

La electrónica ofrece infinidad de sensores para poder encontrar estos ángulos, este tema se trata más adelante en el capítulo de implementación donde se desarrolla el programa que ayude a encontrar estos valores necesarios para los cálculos matemáticos.

### 1.3.2 Modelo Dinámico

Un modelo puede definirse como una representación abstracta<sup>7</sup> de un sistema<sup>8</sup> con el cual se logra responder interrogantes sobre el mismo, sin verse en la tarea de recurrir a la experimentación [15]. Para realizar el modelo dinámico del quadricóptero, para este proyecto se necesita tener conocimientos acerca de los temas que se tratan en seguida.

Existen muchos métodos matemáticos para basarse a la hora de desarrollar modelos dinámicos de un quadricóptero, entre ellos uno llamado Newton Euler, a partir de las dos ecuaciones que resultan de este método, se desglosan otras fórmulas y se tratan otros temas con el fin de encontrar los valores que deben ir

<sup>7</sup> **Abstracto:** En general, no concreto o no pretende representar cosas concretas.

<sup>8</sup> **Sistema:** Conjunto de elementos que se comunican e interactúan entre sí.

en las dos fórmulas que da el algoritmo y poder obtener el modelo dinámico del cuadricóptero.

### 1.3.2.1 Newton Euler

El cuadricóptero en estudio es considerado como un cuerpo rígido<sup>9</sup>, con seis grados de libertad, tres de translación (x, y, z) y tres de rotación ( $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ), al cual se le puede aplicar la segunda ley de Newton (1) y los ángulos de rotación de Euler (3) [5].

$$\sum f = m * a \quad (1)$$

La sumatoria de fuerzas es igual a la masa por la aceleración, que para este caso es la masa del cuadricóptero y dicha aceleración se debe al empuje, la gravedad y también a la fricción lineal. Para obtener el vector de empuje se usa la matriz de rotación R la cual relaciona el vector de empuje del marco del cuerpo (Cuadricóptero) al marco inercial [16], de lo anterior se obtiene que:

$$m \ddot{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + RT_B + F_D \quad (2)$$

$$\mathcal{T} = I\dot{W} + W \times IW \quad (3)$$

Donde:

El término  $m$ , es la masa del cuerpo (Cuadricóptero).

$\ddot{x}$ , es la posición del cuadricóptero.

La gravedad es  $g$ , que es igual a  $9.8m/s^2$ .

R, es la matriz de rotación

$T_B$ , es el vector de empuje en el marco del cuerpo.

$F_D$ , corresponde a la fuerza de arrastre.

Para la ecuación (3):

$\mathcal{T}$ : Es el vector de torques externos.

$I$ : Representa a la matriz inercial.

$W$ : Es el vector de velocidades angulares.

---

<sup>9</sup> **Cuerpo rígido:** Objeto que no sufre deformaciones por fuerzas externas.

Las expresiones obtenidas del algoritmo recursivo de Newton Euler son no lineales y se manipulan como si fuera un sistema lineal que consta de cargas, fuerzas, pares dinámicos, velocidad y aceleración, para este proyecto se suma además el tiempo de respuesta, el cual tiene que ser muy rápido para tener un mejor equilibrio y control del cuadricóptero. El método de Newton Euler permite obtener ecuaciones de velocidad y aceleración desde un punto de referencia hasta el efector final que para este caso será el centro del cuadricóptero al cuál se le llama centro de masa [17].

Por consiguiente se hace una exposición de los sistemas existentes para el estudio de coordenadas que ayudan a encontrar la rotación y posición del cuadricóptero en el espacio.

### **1.3.2.2 Transformadas de Galileo**

Las transformadas de Galileo se utilizan en física para diversos y diferentes problemas físicos, uno de ellos es la observación del cambio de coordenadas y velocidades, en efecto es la transformación de referencias en un sistema inercial en comparación al movimiento respecto a su referencia [18].

### **1.3.2.3 Sistema de coordenadas**

La formulación de problemas de dinámica de vuelo de un cuerpo, se necesitan muchos sistemas de coordenadas, para llegar a una posición, fuerzas, momentos, velocidad, que están actuando en el cuerpo o aeronave. Aun así es decisión del analista que tipo de ecuaciones escoge, dependiendo de las necesidades del proyecto. A continuación algunos sistemas de coordenadas más usados [19].

- **Sistema inercial:**

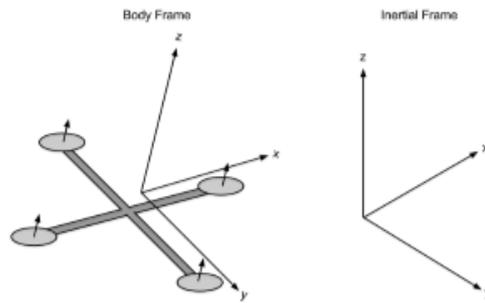
Es un sistema fijo con origen en el centro de la tierra, en el cual el eje X apunta al punto de Aries<sup>10</sup>, el eje Z al polo norte y el Y completa un triedro<sup>11</sup> a la derecha. Este sistema es la base a partir de la cual se derivan los demás sistemas inerciales [19].

Este sistema cuenta con dos marcos uno inercial, el cual está definido en el centro de la tierra con el punto de gravedad en el eje z negativo y el otro es el marco del cuerpo (cuadricóptero), el cual se define por la orientación del cuadricóptero con los ejes del rotor hacia z positivo y los brazos en dirección a los ejes  $x$  y  $y$  [16], como se muestra en la Figura 11.

---

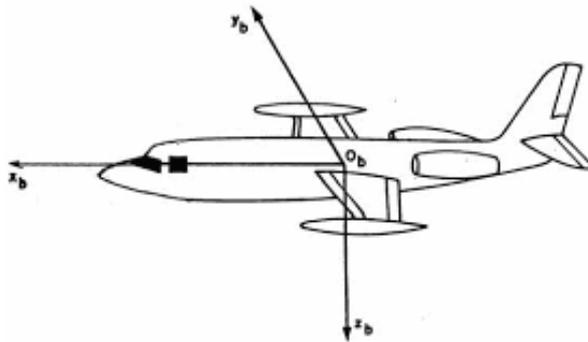
<sup>10</sup> **Punto Aries:** Es un punto a partir del cual el sol pasa del hemisferio sur al hemisferio norte.

<sup>11</sup> **Triedro:** Figura geométrica compuesta por tres semirectas que parten del mismo origen, pero que están en diferente plano.



**Figura 11.** Marco del cuerpo y marco inercial. Fuente: [16].

- **Sistema de ejes tierra ( $0_e x_e y_e z_e$ ):**  
Este sistema tiene como origen, el centro de la tierra, que al rotar con la misma, es útil para especificar la velocidad y posición con respecto al rote de la tierra [20].
- **Sistema de Ejes Cuerpo ( $0_b x_b y_b z_b$ ):**  
Este sistema es de tipo fijo, respecto a la aeronave como se observa en la Figura 12. Y tiene como origen,  $0_b$  el centro de masas o centro de gravedad<sup>12</sup>, aunque podría ser cualquier punto del plano de simetría de la aeronave para este sistema de ejes. El eje  $x_b$  se ubica en el plano a lo largo del centro o punto de simetría de la aeronave y apunta al morro de esta o en la dirección de movimiento, el eje  $y_b$  es perpendicular al plano  $x_b$  y apunta hacia el lado derecho de la aeronave, el eje  $z_b$  pertenece al plano de simetría, en la actitud normal de vuelo de la aeronave apunta hacia la tierra. El sistema de ejes del cuerpo es útil para especificar los momentos de inercia de la aeronave y también para las fuerzas y momentos que están actuando en esta, la orientación de estos ejes se obtiene a partir de los ángulos ( $\varphi \theta \psi$ ) [19].



**Figura 12.** Sistemas de eje de cuerpos. Fuente: [20].

- **Sistema de Ejes Viento ( $0_w x_w y_w z_w$ ):**  
Es un caso especial del sistema de ejes cuerpo, en el cual el eje  $0x_w$  apunta en la dirección opuesta al viento relativo, el eje  $0y_w$  es normal al

<sup>12</sup> **Centro de gravedad:** Es el punto de aplicación de todas las fuerzas de gravedad que actúan sobre las distintas masas de un cuerpo.

plano  $0x_wz_w$  y apunta hacia el lado derecho de la aeronave, por último el eje  $0z_w$ , el cual se ubica en el plano de simetría. Los ángulos localizados en el sistema de ejes viento y con respecto al sistema de ejes cuerpo son ángulo de Deslizamiento  $\beta$  y ángulo de ataque  $\alpha$ . El arrastre y lift están en dirección opuesta a los ejes  $0x_w$  y  $0z_w$ , respectivamente [19].

#### 1.3.2.4 Cinemática

La cinemática en física es la rama encargada de estudiar el movimiento independiente de los orígenes que lo produzcan, es decir que un cuerpo está en movimiento cuando su posición cambia en el espacio con respecto a un sistema de referencias o marco de referencia, que está en un punto fijo [21].

El modelo cinemático ayuda a definir los marcos de coordenadas que se usarán en el proyecto mediante el uso del marco de referencia y el marco del cuerpo mencionado anteriormente, una vez establecidas los marcos de referencia y del cuerpo se puede hallar la distancia que hay entre un punto y el otro, para entonces encontrar la rotación y la orientación del cuadricóptero es decir los ángulos  $(\varphi, \theta, \psi)$ , con respecto a las rotaciones de los ejes  $(x, y, z)$  en ese orden respectivo [22].

Para hallar la cinemática del cuadricóptero en estudio, se necesitan conocer la matriz de rotación  $R$ , la cual se estudiará más a fondo en el capítulo 2.

#### 1.3.2.5 Ángulos de Euler

Los ángulos de Euler sirven para obtener la orientación del cuadricóptero, esto se realiza mediante tres rotaciones consecutivas con el fin de lograr la configuración de rotación del Drone [23]:

1. Primero se realiza la rotación del cuadricóptero alrededor del eje  $x$ , correspondiente al ángulo de balanceo  $\varphi$  (Roll) [23].
2. Después se rota alrededor del eje  $y$ , que corresponde al ángulo de cabeceo, es decir el ángulo  $\theta$  (Pitch) [23].
3. Por último se realiza la rotación en el eje  $z$ , del ángulo  $\psi$  (Yaw) o ángulo de guiñada [23], para obtener la posición final del cuadricóptero [23].

#### 1.3.2.6 Velocidad Angular

La velocidad angular describe el ángulo de barrido en un tiempo determinado, las unidades de medida para la velocidad angular son los radianes por segundo  $Rad/s$ , la velocidad lineal y la velocidad angular son directamente proporcionales como se muestra en la ecuación [24].

$$v = wr \tag{4}$$

Donde  $v$  corresponde a la velocidad lineal,  $w$  es la velocidad angular y  $r$  es el radio de giro.

### 1.3.2.7 Análisis de fuerzas

Existen tres fuerzas que afectan al cuadricóptero, fuerza de empuje (thrust), fuerza de gravedad y la resistencia del aire (drag).

**Fuerza de empuje:** Se refiere a la fuerza externa aplicada a un cuerpo en movimiento con la misma dirección y creándole una aceleración, la fuerza de empuje está dada en Newton, representado por la letra  $N$ . La fuerza de empuje para el cuadricóptero es generada por el movimiento de las hélices en un fluido (aire), este está relacionado con el movimiento de los motores [25].

**Fuerza de resistencia:** La fuerza de resistencia, está dada en dirección contraria al cuerpo que avanza en un fluido, en el caso del cuadricóptero el fluido es el aire, cuando el cuadricóptero está en movimiento, se produce una resistencia la cual aumenta cuando la velocidad de desplazamiento también aumenta [26].

**Fuerza de gravedad:** Es la fuerza de atracción que ejerce la tierra sobre un objeto que este cerca, generándole una aceleración de  $9.8 \frac{m}{s^2}$  a los objetos que van hacia abajo y frena a los objetos que se mueven hacia arriba [27].

### 1.3.2.8 Análisis de torques

Un torque se define como “la capacidad de giro que tiene una fuerza aplicada sobre un cuerpo” [28], en el caso del cuadricóptero se analiza el torque de los motores, ya que poseen un punto fijo de rotación y estos ocasionan una velocidad angular al mismo [28], en el capítulo 2, se hablará más acerca de este tema.

## 1.3.3 Control PID

El control PID es un mecanismo de control que a través de un lazo de retroalimentación permite regular la velocidad, temperatura, presión y flujo entre otras variables de un proceso en general. El controlador PID calcula la diferencia entre una variable real contra la variable deseada [5].

El algoritmo de control incluye tres parámetros fundamentales: Ganancia proporcional (P), Integral (I) y Derivativo (D).

**El parámetro Proporcional (P)** mide la diferencia entre el valor actual y el set-point (en porcentaje) y aplica el cambio.

**El parámetro Integral (I)** se refiere al tiempo que se toma para llevar a cabo acción correctiva. Mientras el valor sea más pequeño, el ajuste es más rápido pero puede causar inestabilidad en el sistema, oscilaciones.

**El parámetro Derivativo (D)** emite una acción predictiva, es decir, prevé el error e inicia una acción oportuna. Responde a la velocidad del cambio del error y produce una corrección significativa antes de que la magnitud del error se vuelva demasiado grande [7].

## 1.4 TRABAJOS RELACIONADOS

A continuación se menciona algunos trabajos relacionados en el área de la aerodinámica, donde se ha incluido para su realización, conceptos teóricos y experimentales, que servirán como referencia para el diseño del sistema dinámico a implementar.

### 1.4.1 Control de Cuadricópteros

En [29] el autor presenta un proyecto en el cual utiliza un túnel en el cielo para la visualización, manejo y control de un micro UAV (cuadricóptero), adicionalmente el control que se realiza es mediante el uso de cámaras a través de unas gafas FPV<sup>13</sup>. No obstante el control de vuelo automático que se realizó en este proyecto no fue muy concluyente y aun es necesario corregir varios errores del mismo, ya que el cuadricóptero no se estabilizaba en vuelo y los errores del PWM<sup>14</sup> de cada motor fueron muy grandes con respecto a la referencia que se había tomado.

En [30] Francisco Morata realiza un control de un cuadricóptero utilizando lógica Fuzzy<sup>15</sup>, desarrollando paso a paso los respectivos procedimientos y la programación del mismo con el uso de PID's<sup>16</sup>, de igual manera el autor compara los dos métodos de control Fuzzy y PID, el cual ofrece un buen control y calibración del vuelo de su cuadricóptero, no obstante al cargar los dos tipos de control en cada uno de los motores hace que su sistema sea muy pesado y se ve en la tarea de dividirlo en tareas más simples.

En [4] el autor construye un cuadricóptero de fácil manipulación, utilizando un control PID y una plataforma que posee una interfaz<sup>17</sup> cómoda para cualquier usuario con el fin de que el cuadricóptero pueda ser manipulado hasta en una Tablet, además el autor explica todos los principios de funcionamiento que utilizó para la construcción de su cuadricóptero. No obstante para este proyecto se utilizó una SBC<sup>18</sup>(single board computer), a diferencia de este proyecto que utilizará un microcontrolador (Arduino).

En [3] el autor Luis Sevilla hace un control que permite el vuelo estacionario y navegación automática mediante sensores de distancia; también explica el vuelo de un cuadricóptero con respecto a los motores para darle desplazamiento y dirección, usando el modelado matemático donde se explica el comportamiento físico de un cuadricóptero, sin embargo la comunicación entre el sistema de control y el cuadricóptero se hará mediante un canal de una emisora de radio, a diferencia de este proyecto que hará la comunicación por medio de un módulo

---

<sup>13</sup> **Gafas FPV:** Es un dispositivo de visualización para señal de videos para uso de pruebas de vuelo.

<sup>14</sup> **PWM:** Modulación por anchos de pulso de una señal o fuente de energía.

<sup>15</sup> **Lógica Fuzzy:** Llamada también lógica difusa, se conceptualiza en lo relativo de lo observado como una posición diferencial.

<sup>16</sup> **PID:** Mecanismo de control por realimentación, calcula el error restando el valor deseado al valor medido.

<sup>17</sup> **Interfaz:** Medio de conexión o comunicación entre máquinas, o persona máquina.

<sup>18</sup> **SBC:** Píca de computadora reducida en un solo circuito.

bluetooth para la recepción de telemetría y un segundo canal para el control del vuelo por medio de radiofrecuencia.

En [31] los autores utilizan métodos numéricos con el objetivo de encontrar las acciones de control optimas que permitan llevar un cuadricóptero de un estado actual a un estado deseado, también explican el modelado dinámico de su cuadricóptero usando ecuaciones de Euler-Lagrange, no obstante los autores no realizan pruebas físicas del controlador, ni pruebas del laboratorio con el cuadricóptero, tampoco se especifica el hardware<sup>19</sup> en el cual se embebe el controlador.

En [32] el autor Juan Carmona cambia el control de vuelo de un cuadricóptero que se basa en sistemas operativos<sup>20</sup> iOS y Andriod, haciéndolo compatible con un control de vuelo realizado en Linux específicamente en Ubuntu, que podrá ser manejado por medio de una aplicación realizada en este sistema operativo, además el procesamiento de imágenes de este proyecto se manejará en Linux, haciendo más sencilla la compatibilidad de los dos requerimientos, no obstante para este proyecto se genera el vuelo a través de un radiocontrol utilizando un GPS para mostrar las coordenadas del cuadricóptero.

En [33] el autor realizó un control que le permite controlar la orientación de un satélite en el espacio, para realizar el respectivo control de su satélite el autor realizó todos los modelos necesarios utilizando el método de cuaternios, el cual le ayudo a eliminar el problema que se tiene cuando se utiliza el método de las rotaciones sucesivas, en el documento se explica la cinemática y dinámica del satélite que controlaron y todo el procedimiento que usaron con el método de cuaternios, el único problema que tuvo el autor fue el no poder incluir los respectivo sensores que necesitaba para tener un mejor control del dispositivo por falta de presupuesto y tiempo extra para realizar el mismo.

---

<sup>19</sup> **Hardware:** Es la parte tangible y observable de un procesador o computador, osea los componentes que hacen parte de su estructura fisica.

<sup>2020</sup> **Sistemas Operativos:** Programa o conjunto de programas que hacen parte de un sistema informático.

## 2. CAPÍTULO II: MODELADO

En este capítulo se desarrollará el modelo dinámico, basado en la formulación dada por el método de Newton-Euler, que describen la rotación y traslación de un cuerpo rígido en el espacio, para este caso un cuadricóptero, dando como resultado 6 grados de libertad con respecto a un punto de referencia fijo para obtener movimientos en tres dimensiones. 3 grados para describir traslación, (Adelante-Atrás, Arriba-Abajo, Izquierda-Derecha) y 3 grados para rotación, (Yaw  $\psi$ , Pitch  $\theta$ , Roll  $\phi$ ). Partiendo de estas consideraciones se recurrirá a realizar el análisis matemático necesario para dar solución a las ecuaciones resultantes del modelo.

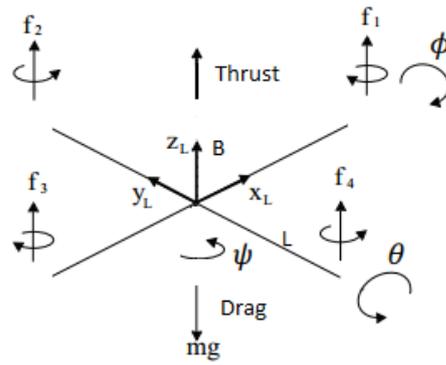
### 2.1 Modelo cinemático

En primer lugar hay que definir un sistema de coordenadas fijo, como sistema de referencia para obtener la traslación del cuadricóptero o su dinámica. Se usará la convención NED (Norte, Este, Abajo), este sistema se caracteriza por tener un punto de origen conocido y con sus ejes orientados hacia el norte, este y en dirección normal hacia la superficie de la tierra apuntando hacia el interior de ella [34]. Este sistema está ligado al cuerpo del cuadricóptero y con origen en el centro de masas del mismo, el sistema de coordenadas está determinado por  $B = \{X, Y, Z\}$ .

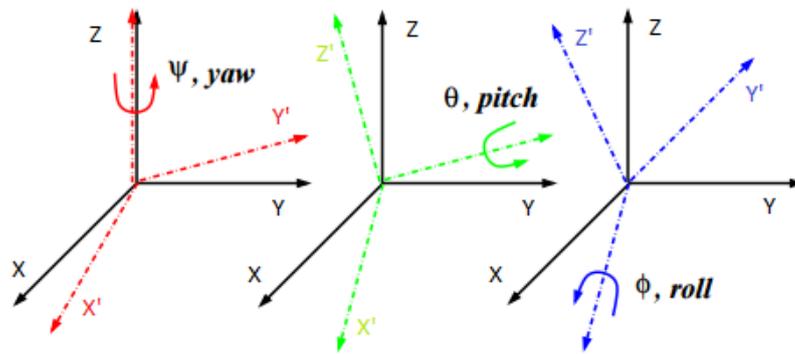
La rotación del cuadricóptero puede ser obtenida mediante los ángulos de Euler, que describen la rotación general en el espacio tridimensional, dada por tres rotaciones sucesivas en torno al eje central del sistema de referencias fijo.

Para obtener un sistema de coordenadas móvil a partir de un sistema de coordenadas fijo, se debe obtener la matriz de cambio de cada componente del sistema de ejes fijo, se debe girar sobre su propio eje cada uno de ellos, para obtener las componentes primas  $(X', Y', Z')$  y así llegar al arreglo matricial deseado que para este caso la matriz  $[R]$  Matriz de Rotación Tridimensional o Matriz de Rotación de Cosenos Directores [26].

La Figura 13, muestra los ejes de coordenadas y las fuerzas aplicadas que ejercen los motores para generar el movimiento del cuadricóptero. Y la Figura 14 describe los ángulos  $(\psi, \theta, \phi)$  que interactúan cuando se realiza la rotación de los ejes  $(X, Y, Z)$  dando a conocer las componentes primas  $(x', y', z')$



**Figura 13.** Sistema de referencia y fuerzas. Fuente: Propia.



**Figura 14.** Rotación de ángulos de Euler. Fuente: [35].

### 2.1.1 Matrices de rotación

Tomando como referencia la Figura 14 se obtendrán las matrices de rotación para  $(X, Y, Z)$ .

- Se empieza rotando con respecto al eje  $Z$  que corresponde al ángulo de Yaw  $\psi$ . Al girar el eje  $Z$  se ve que aparecen componentes primas tanto en  $X$  como en  $Y$  por lo tanto:

$$x' = a_1x + a_2y \quad (5)$$

$$y' = -b_1x + b_2y \quad (6)$$

Reemplazando (5) y (6) con ángulos.

$$x' = \cos \psi \sin \psi \quad (7)$$

$$y' = -\sin\psi + \cos\psi \quad (8)$$

Expresadas en matrices (7) y (8)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (10)$$

- Seguido se rota con respecto al eje  $Y$  que corresponde al ángulo de Pitch  $\theta$ . Al girar el eje  $Y$  se ve que aparecen componentes primas tanto en  $X$  como en  $Z$  por lo tanto:

$$x' = a_1x - a_2z \quad (11)$$

$$z' = b_1x + b_2z \quad (12)$$

Reemplazando (11) y con ángulos (12)

$$x' = \cos\theta - \sin\theta \quad (13)$$

$$z' = \sin\theta + \cos\theta \quad (14)$$

Expresando en matrices (13) y (14).

$$\begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (16)$$

- Por último se rota con respecto al eje  $\chi$  que corresponde al ángulo de Roll  $\phi$ . Al girar el eje  $\chi$  se ve que aparecen componentes primas tanto en  $Y$  como en  $Z$  por lo tanto:

$$y' = a_1 y + a_2 z \quad (17)$$

$$z' = -b_1 y + b_2 z \quad (18)$$

Reemplazando (17) y (18) en ángulos.

$$y' = \cos \phi + \sin \phi \quad (19)$$

$$z' = -\sin \phi + \cos \phi \quad (20)$$

Expresadas en matrices (19) y (20)

$$\begin{bmatrix} y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (22)$$

Teniendo las matrices de rotación para cada uno de los ángulos anteriores, se multiplican las matrices de rotación para  $(\psi, \theta, \phi)$  anteriormente halladas y así llegar a la Matriz de Rotación Tridimensional  $[R]$ .

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (23)$$

Solucionando algebraicamente se obtiene la matriz  $[R]$  que simplifica los tres ángulos.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (24)$$

Visto de manera simplificada:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (25)$$

Cuando se halla la matriz de rotación esta queda con respecto al sistema de coordenadas  $(x', y', z')$  que hace referencia a los ángulos de Euler, pero se desea tener la matriz de rotación con respecto al sistema de coordenadas inicial  $(x, y, z)$  ya que sobre este se realizan las rotaciones en el espacio, por lo tanto con la ayuda de algunas leyes matriciales se puede hacer el cambio de base o la transformación de un sistema a otro y se obtiene lo siguiente [36]:

$$A' = R \cdot A \quad (26)$$

Donde:

$$A' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \text{ y } A = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (27)$$

Visto lo anterior se debe hallar  $A$ , para ello se multiplica a ambos lados de (26). Por la inversa de  $R$ , se tiene que:

$$R^{-1}A' = R^{-1}RA \quad (28)$$

Aplicando propiedades matriciales.

$$RR^{-1} = I \quad (29)$$

Donde  $I$  es la matriz identidad. Ahora se reemplaza (29) en (28).

$$R^{-1}A' = IA \quad (30)$$

De (30) se puede decir que, por propiedades matriciales  $IA = A$  por lo tanto:

$$A = R^{-1}A' \quad (31)$$

De esta manera se hace la transformación de  $(x', y', z')$  a  $(x, y, z)$  obteniendo:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \phi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (33)$$

### 2.1.2 Velocidad angular

Teniendo la matriz de rotación  $[R]$  se podrán obtener las ecuaciones cinemáticas de rotación del cuadricóptero, que establecen la relación entre las velocidades angulares con respecto a los ángulos de Euler  $(\psi, \theta, \phi)$ , se puede observar que la variación de los ángulos de Euler es diferente a la variación de la velocidad angular del cuadricóptero.

La variación de los ángulos de Euler y la velocidad angular son distintos en el sistema de coordenadas del cuadricóptero, donde  $\omega = [p, q, r]^T$ , son velocidades angulares con respecto al tiempo en el sistema de coordenadas móvil del cuadricóptero y  $\dot{\eta} = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$  son componentes de la velocidad angular con respecto al eje de coordenadas fijo del cuadricóptero [24].

Partiendo de lo anteriormente mencionado para hallar las velocidades angulares derivamos de la siguiente ecuación:

$$\omega = R_r \dot{\eta} \quad (34)$$

Donde  $R_r$  son las matrices de rotación vistas en la ecuación (23), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = R(\dot{\phi}) \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R(\phi)R(\dot{\theta}) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R(\phi)R(\theta)R(\dot{\psi}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Para este caso los ángulos  $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$  son muy pequeños podemos decir que:

$$R(\dot{\phi}) = R(\dot{\theta}) = R(\dot{\psi}) = I \quad (36)$$

Donde  $I$  es la matriz identidad. Entonces reemplazamos  $I$  en (34).

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R(\phi)I \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R(\phi)R(\theta)I \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Reemplazando (16) y (22) en (35).

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Resolviendo (38) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \cos \phi \dot{\theta} \\ -\sin \phi \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta \dot{\psi} \\ \sin \phi \cos \theta \dot{\psi} \\ \cos \phi \cos \theta \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \sin \theta \dot{\psi} \\ \cos \phi \dot{\theta} + \sin \phi \cos \theta \dot{\psi} \\ -\sin \phi \dot{\theta} + \cos \phi \cos \theta \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Simplificando [37]:

$$\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \dot{\eta} \quad (42)$$

Haciendo cambio de orientación por medio de matemática Jacobiana a (41), se obtiene [38]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (43)$$

## 2.2 Análisis físico del motor

Se debe analizar todos los componentes que influyan directamente en los movimientos de rotación y traslación del cuadricóptero. Partiendo de dicha aclaración se puede decir que los motores tienen una implicación directa en el modelo, ya que estos generan fuerzas y a su vez pares cuando se combinan con las hélices, las fuerzas que se generan varían dependiendo de la cantidad de potencia que estos entregan al sistema, cabe aclarar que se tienen cuatro motores con las mismas características, por lo tanto solo se hace un análisis detallado de uno de ellos, asumiendo las mismas condiciones para los otros tres motores en el modelo y teniendo que las hélices están equilibradas en los pares que generan cuando están girando a la misma velocidad.

Para estudiar el motor se hace un análisis de la ley de Ohm para hallar corriente que consume el motor.

$$V_T = I_T R \quad (44)$$

Despejando corriente  $I$  se obtiene:

$$I_T = \frac{V_T}{R} \quad (45)$$

De (45) se llega al análisis del voltaje  $V_T$  donde:

$$V_T = V_S + V_{fem} \quad (46)$$

Donde,  $V_{fem}$  es el voltaje inducido en el motor,  $V_S$  es la caída de tensión en el motor.

$$V_S = IR_m \quad (47)$$

Donde  $R_m$  es la resistencia del motor,  $I$  es la corriente de la fuente.

$$V_{fem} = K_i \omega \quad (48)$$

Donde  $\omega$  es la velocidad angular del motor,  $K_i$  es constante del motor, indica la fuerza electromotriz generada.

Por lo tanto:

$$V_T = IR_m + K_i \omega \quad (49)$$

Teniendo las formulas y parámetros anteriores reemplazamos  $V_T$  de (49) en (42).

$$I_T = \frac{IR_m + K_i \omega}{R} \quad (50)$$

Después de hallar la corriente de consumo del motor, se puede analizar el torque del motor con respecto a la potencia que este genera.

Para hallar el torque de los motores eléctricos Brushless y ver el par que generan, la ecuación está dada por [39]:

$$\tau = K_t I \quad (51)$$

Donde  $\tau$  es el torque del motor,  $K_t$  es la constante mecánica.

$$I = I - I_0 \quad (52)$$

Donde  $I$  es la corriente de entrada,  $I_0$  es la corriente cuando no hay carga en el motor

Reemplazando (49) en (48).

$$\tau = K_t (I - I_0) \quad (53)$$

$$\tau = K_t I - K_t I_0 \quad (54)$$

Despejando  $I$  de (51).

$$I = \frac{K_t I_0 + \tau}{K_t} \quad (55)$$

Al tener las relaciones de corriente y voltaje se hace el cálculo de potencia donde:

$$P = IV_T \quad (56)$$

Reemplazando (46) y (52) en (53).

$$P = \left( \frac{K_t I_0 + \tau}{K_t} \right) (IR_m + K_i \omega) \quad (57)$$

$$P = \frac{(K_t I_0 + \tau)(K_t I_0 R_m + \tau R_m + K_t K_i \omega)}{K_t^2} \quad (58)$$

La resistencia del motor es muy pequeña y tiende a cero,  $R_m \rightarrow 0$  para este modelo, por lo tanto:

$$P = \frac{(K_t I_0 + \tau)((K_t I_0(0)) + (\tau(0)) + K_t \omega)}{K_t} \quad (59)$$

$$P = \frac{(K_t I_0 + \tau) K_t \omega}{K_t} \quad (60)$$

Simplificando más el modelo se puede decir que  $I_0$  es la corriente cuando no hay carga, por lo tanto es muy pequeña y se puede considerar que tiende a cero  $I_0 \rightarrow 0$  de esta manera:

$$P = \tau \omega \frac{K_t}{K_t} \quad (61)$$

## 2.3 Análisis de fuerzas

Se necesita analizar las fuerzas que actúan en el sistema, estos cálculos se hacen con respecto al empuje producido por las hélices que se encuentran estacionarias en relación al eje tierra.

En el sistema existen tres fuerzas, una de empuje hacia arriba (Thrust), otra de fricción del aire (Drag) y la fuerza de gravedad que se pueden ver en la Figura 13. Teniendo en cuenta que hay movimiento del aire con respecto a un cuerpo en sentido contrario a la fuerza, se toma como referencia para este caso en el cuadricóptero [40].

### 2.3.1.1 Fuerza de Thrust

Se tiene la fórmula para Thrust donde se ve una relación de velocidad por cambio de masa con respecto al tiempo.

$$T = v \frac{dm}{dt} \quad (62)$$

Donde  $T$  es Thrust,  $v$  es la velocidad del aire en la hélice,  $\frac{dm}{dt}$  cambio de masa con respecto al tiempo.

Para determinar el empuje producido por la hélice, se usa la ecuación (63) que da el empuje basado en la cantidad de movimiento del aire bajo la misma con respecto a thrust.

$$T = \frac{\pi}{4} D^2 \rho v \Delta v \quad (63)$$

Donde  $T$  es Thrust,  $D$  es el diámetro de la hélice,  $\rho$  es la constante de la densidad del aire,  $v$  es velocidad del aire en la hélice,  $\Delta v$  es la velocidad del aire acelerado por la hélice.

Se debe dejar todo en función de  $v$  por lo tanto:

$$v = \frac{1}{2} \Delta v \quad (64)$$

Despejando  $\Delta v$  tenemos:

$$\Delta v = 2v \quad (65)$$

$$D^2 = 4r^2 \quad (66)$$

Reemplazando (62) y (63) en (60)

$$T = \frac{\pi}{4} 4r^2 \rho v 2v \quad (67)$$

Resolviendo la ecuación (64), se tiene

$$T = \pi r^2 \rho 2v^2 \quad (68)$$

Se sabe que

$$A = \pi r^2 \quad (69)$$

Donde  $A$  es el área de una circunferencia.

Remplazando (66) en (65).

$$T = 2A\rho v^2 \quad (70)$$

Despejando  $v$  de (67).

$$v = \sqrt{\frac{T}{2A\rho}} \quad (71)$$

$$v = \frac{T^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2A\rho}} \quad (72)$$

El cálculo anterior se realizó para resolver la ecuación (73) y así calcular la potencia la generada por el motor funcionando con su respectiva hélice.

$$P = Tv \quad (73)$$

Reemplazo (72) en (73).

$$P = T \left( \frac{T^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2A\rho}} \right) \quad (74)$$

Resolviendo se tiene que

$$P = \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2A\rho}} \quad (75)$$

Igualando las potencias del análisis del motor (61) y las fuerzas o pares ejercidos (75).

$$\tau\omega \frac{K_i}{K_t} = \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2A\rho}} \quad (76)$$

Resolviendo y despejando  $T$  se tiene

$$T = \left( \frac{K_v K_i \sqrt{2A\rho}}{K_t} \omega \right)^2 \quad (77)$$

Se sabe que  $K_v, K_i, K_t$ , son constantes,  $A$  es el área de la hélice y  $\rho$  es la densidad del aire que al operarlas da un número, se asume estas variables como una constante general  $K$ , así de esta manera simplificando se (77), se obtiene:

$$T = K\omega^2 \quad (78)$$

Lo anterior es el modelo para un solo motor, pero se necesita analizar las fuerzas para todos los motores y así obtener la fuerza de empuje general, entonces

partiendo de (78) se realiza la sumatoria para los 4 motores expresándolo en el eje (x, y, z).

$$T_G = \sum_{i=1}^4 T_i = K \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum \omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (79)$$

### 2.3.1.2 Fuerza Drag

Este modelado a nivel de fuerzas también incluye como una de ellas la fricción del aire o la resistencia de este  $F_D$ , la cual será necesaria para el modelo por que incluye la velocidad, que para este caso en especial puede ser tratado analíticamente para velocidades muy bajas, en el cual la resistencia del aire es aproximadamente proporcional a la velocidad del motor y se puede expresar de la siguiente forma [23].

$$F_D = -bv \quad (80)$$

Donde  $F_D$  es la fuerza de fricción del aire,  $b$  es la constante de resistencia aerodinámica,  $v$  es la velocidad.

Para analizar mejor esta fuerza la podemos observar en (x, y, z) puesto que es una fuerza que actúa en todos los ejes por el contrario a la fuerza de Thrust que solo influye en el eje z.

$$F_D = -b\dot{x} \quad (81)$$

$$F_D = -b \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (82)$$

### 2.3.1.3 Fuerza de gravedad

Es necesario considerar la fuerza de gravedad como una fuerza proporcional a la masa del cuadricóptero que actúa siempre en el modelo como:

$$F_g = mg \quad (83)$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad dirigida hacia abajo.

Como esta fuerza solo afecta la altura del cuadricóptero independientemente de la posición en la que este, se puede deducir que solo actúa en el eje z, por lo tanto se puede expresar en un arreglo matricial como:

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (84)$$

## 2.4 Análisis de torques

Después que se ha calculado las fuerzas que se ejercen sobre el cuadricóptero también se debe calcular los torques o momentos, puesto que cada motor contribuye un par alrededor del eje z, este es necesario para mantener la hélice girando y poder generar un empuje, para crear la aceleración angular [19].

La ecuación que da el análisis es la fórmula de John Smeaton conocida como la ecuación de 1900 o la ecuación de arrastre en dinámica de fluidos que nos da la fuerza de Drag, esta fuerza se analiza en esta sección con respecto al torque que genera cuando aparece la distancia entre el centro del motor y la hélice, donde:

$$\tau_D = \frac{1}{2} r \rho C_D A v^2 \quad (85)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del viento circulante,  $C_D$  es un coeficiente de elevación,  $A$  es el área de la sección transversal de la hélice.

Se sabe que la velocidad lineal con respecto a una velocidad angular está dada por la fórmula (4). Donde,  $\omega$  es la velocidad angular de la hélice y  $r$  es el radio de la hélice.

Reemplazando (4) en (85)

$$\tau_D = \frac{1}{2} r \rho C_D A (\omega r)^2 \quad (86)$$

De la anterior ecuación se puede resumir la formula (87), tomando como constante general las variables que representan un número como  $b$ , esta constante contiene los elementos dados por la Fuerza de drag, por lo tanto se le llama coeficiente de resistencia aerodinámica o coeficiente de drag quedando:

$$\tau_D = b \omega^2 \quad (87)$$

En el capítulo 1 en la sección 1.3.1.1 se explican cómo funcionan los motores y el sentido en el que se mueven, por esta razón se reemplazan esos movimientos en  $\omega$  puesto que (87) expresa el torque para un solo motor y el modelo considera el torque de los 4 motores dependiendo del ángulo en el que se mueva el cuadricóptero. Por lo tanto  $\tau_D$  Con respecto al movimiento en  $\psi$  :

$$\tau_\psi = b(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (88)$$

En (88) se observa la sumatoria del torque total en el eje z, que corresponde al ángulo Yaw, donde dos motores  $\omega_1^2$ ,  $\omega_3^2$  giran en sentido horario y  $\omega_2^2$ ,  $\omega_4^2$  giran en sentido anti horario.

Para los movimientos siguientes de Pitch  $\theta$ , Roll  $\phi$ .

$\tau_D$  Con respecto al movimiento en  $\theta$ :

$$\tau_\theta = Lb(\omega_2^2 - \omega_4^2) \quad (89)$$

$\tau_D$  Con respecto al movimiento en  $\phi$ :

$$\tau_\phi = Lb(\omega_1^2 - \omega_3^2) \quad (90)$$

A continuación se expresa el torque final  $\tau_F$  en los tres ángulos como un arreglo matricial.

$$\tau_F = \begin{bmatrix} L(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ L(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ b(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (91)$$

## 2.5 Ecuaciones de movimiento

La razón por la cual se hallan las fuerzas y los torques relacionados o que actúan en el modelo del cuadricóptero es debido a la segunda ley de Newton, la cual hace referencia a que la sumatoria de todas las fuerzas es igual a masa por aceleración, en donde se puede ver la relación que hay entre las causas que originan un movimiento y las propiedades de estos, y la ecuación de movimiento de un cuerpo rígido de Euler donde toma la sumatoria de torques que influyen en el modelo. Estas dos ecuaciones son las que se usan para darle un movimiento total al cuadricóptero [28].

En esta sección consideramos las fuerzas de Thrust, Drag y de Gravedad y la matriz de rotación, así de esta manera se llega a:

$$m\ddot{a} = F_g + TR + F_D \quad (92)$$

Donde  $F_g$  es la fuerza de gravedad,  $T$  es la fuerza de Thrust,  $R$  es la matriz de rotación,  $F_D$  es la fuerza de Drag.

Ecuación de Euler para un cuerpo rígido:

$$I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega) = \tau \quad (93)$$

Donde  $\omega$  es la velocidad angular,  $I$  es la matriz de inercia.

La matriz de inercia  $I$  está dada por [41]:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (94)$$

De (93) se conocen los parámetros,  $\omega$ ,  $I$ ,  $\tau$ , se debe dejar en función de  $\dot{\omega}$ , por lo tanto se despeja  $\dot{\omega}$ .

$$\dot{\omega} = (\omega \times (I\omega) - \tau)I^{-1} \quad (95)$$

Solución de  $I^{-1}\tau$ :

$$I^{-1}\tau = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} I_{xx}^{-1} \\ \tau_{\theta} I_{yy}^{-1} \\ \tau_{\psi} I_{zz}^{-1} \end{bmatrix} \quad (96)$$

Solución de producto cruz entre  $\omega \times (I\omega)$ :

$$\omega \times (I\omega) = \begin{bmatrix} \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \omega_y \omega_z \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \omega_x \omega_z \\ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \omega_x \omega_y \end{bmatrix} \quad (97)$$

Solución de (96) en (97). Para obtener  $\dot{\omega}$ :

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} I_{xx}^{-1} \\ \tau_{\theta} I_{yy}^{-1} \\ \tau_{\psi} I_{zz}^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \omega_y \omega_z \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \omega_x \omega_z \\ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \omega_x \omega_y \end{bmatrix} \quad (98)$$

### 3. CAPÍTULO III: IMPLEMENTACIÓN

En este capítulo se hablará acerca de todos los implementos utilizados para la realización y desarrollo del proyecto; Abarcando tanto la descripción de los materiales, así como también la explicación del porque fueron escogidos.

Este capítulo se ha separado en dos bloques, uno mecánico y el otro electrónico; Cada uno se divide en módulos diferentes, en el mecánico se encuentran dos módulos, el estructural y el mecánico, el bloque electrónico contiene 4 módulos, el de potencia, sensado, comunicación y lógico (Figura 15).

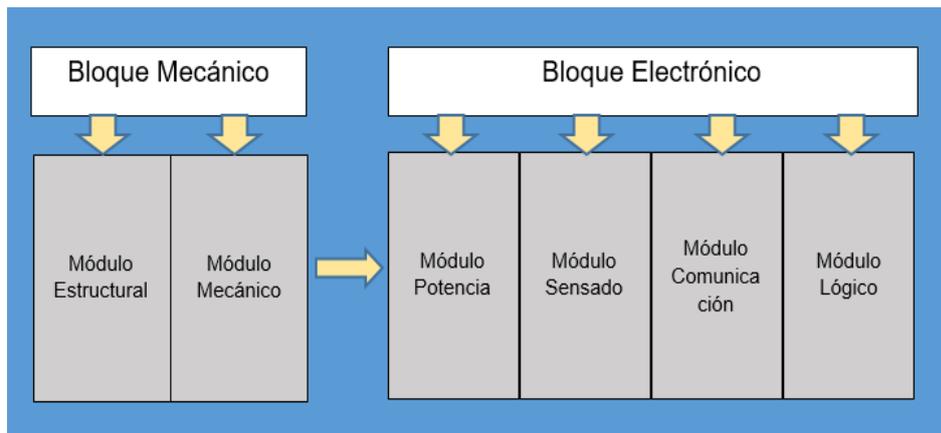


Figura 15. Diagrama de Bloques. Fuente: propia.

#### 3.1 BLOQUE MECÁNICO

El bloque mecánico abarca todos los componentes estructurales y mecánicos utilizados para el desarrollo del proyecto, dentro del módulo Mecánico se hará énfasis en los motores, la razón de esto es porque a pesar de ser un componente electromecánico<sup>21</sup>, se necesita conocer más la mecánica del mismo, por condiciones de funcionalidad y de impulso para el cuadricóptero en cuestión.

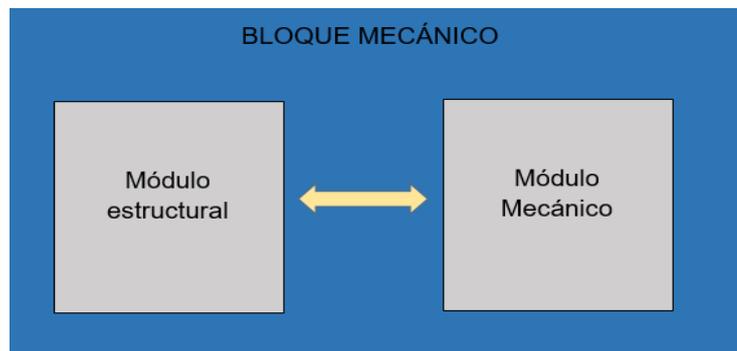


Figura 16. Bloque Mecánico. Fuente: Propia.

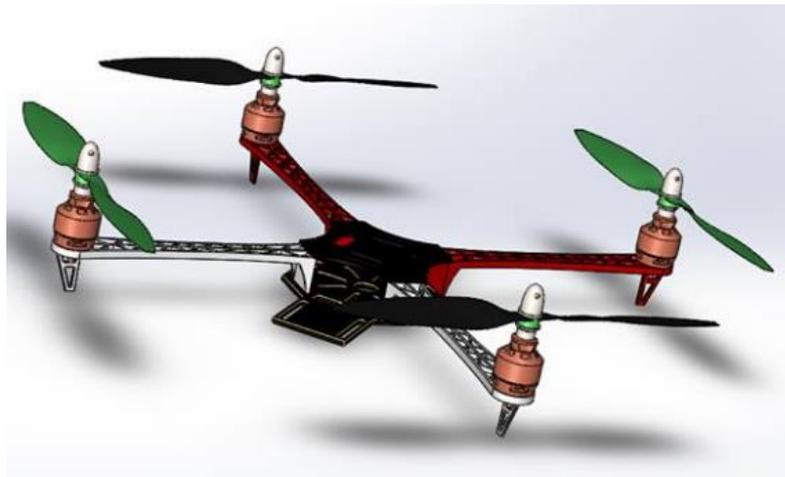
<sup>21</sup> **Electromecánico:** Dispositivo o elemento dirigido mediante electricidad.

La Figura 16, muestra la relación entre el módulo estructural y el módulo mecánico, la relación de es de uno a uno ya que sin el módulo mecánico el módulo estructural no serviría de nada y del mismo modo en sentido contrario.

### 3.1.1 Módulo estructural

La estructura del cuadricóptero es todos los elementos sobre el cual esta cimentado el cuadricóptero, es la base que sostendrá los elementos eléctricos del mismo.

Los componentes que hacen parte de este módulo se observan en la Figura 17.



**Figura 17.** Módulo estructural. Fuente: propia.

#### 3.1.1.1 Marco o base

La base del cuadricóptero definido para este proyecto está hecha de fibra de vidrio<sup>22</sup> en forma de x, tiene una placa central donde están montados los componentes electrónicos, cuatro brazos y al final de los mismos tiene los soportes en los cuales están montados los motores.

En la Figura 18, se aprecia la base del cuadricóptero realizada en el programa solidworks<sup>23</sup>.

---

<sup>22</sup> **Fibra de vidrio:** Material que se obtiene mediante el estiramiento de vidrio fundido.

<sup>23</sup> **Solidworks:** Programa de diseño asistido por computadora.



**Figura 18.** Base del cuadricóptero. Fuente: propia.

Los brazos de poliamida de nylon <sup>24</sup>del cuadricóptero son de calidad, para que la estructura sea más resistente, la placa central y el soporte están hechos de fibra de vidrio, el beneficio de esta fibra es que absorbe mejor las vibraciones.

En la Tabla 1, se observan las especificaciones del marco o base del cuadricóptero.

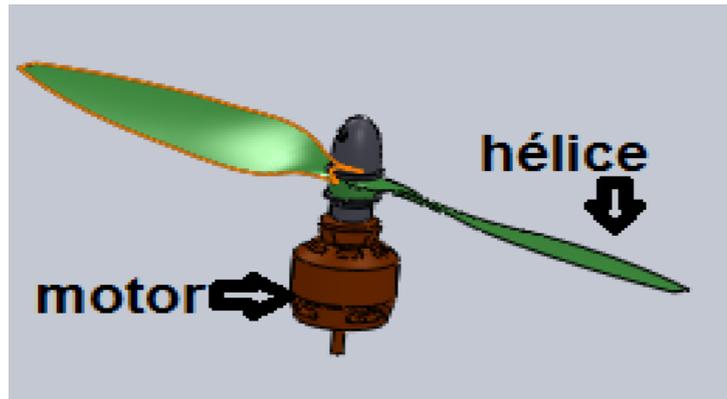
**Tabla 1.** Especificaciones de la Q450 V3 .Fuente: propia.

<b>Especificaciones</b>	<b>Medidas</b>
Ancho	450 mm
Altura	55 mm
Peso del marco total	270g

### 3.1.2 Módulo Mecánico

En este módulo se especifican los elementos utilizados para montaje y armado del cuadricóptero haciendo énfasis especial en los motores. En la Figura 19 se observan todos los componentes de este módulo y la relación de los mismos.

<sup>24</sup> **Poliamida de nylon:** Polímeros semicristalinos con alta resistencia al desgaste.



**Figura 19.** Módulo mecánico. Fuente: propia.

### 3.1.2.1 Motores

Los motores escogidos para el proyecto son motores brushless, la característica de estos motores es que no tienen escobillas<sup>25</sup>, tienen una parte móvil llamada rotor, donde están los imanes permanentes, y una parte fija llamada cascara o estator, donde están los bobinados. La corriente eléctrica suministrada pasa por los bobinados y genera un campo electromagnético<sup>26</sup> que hace que el rotor gire [42].

En la Figura 20 se muestra los motores utilizados, las características de los mismos son importantes para poder suministrar la corriente y voltajes necesarios para hacerlos funcionar.



**Figura 20.** D2830/11 motor brushless. Fuente: [43].

En la

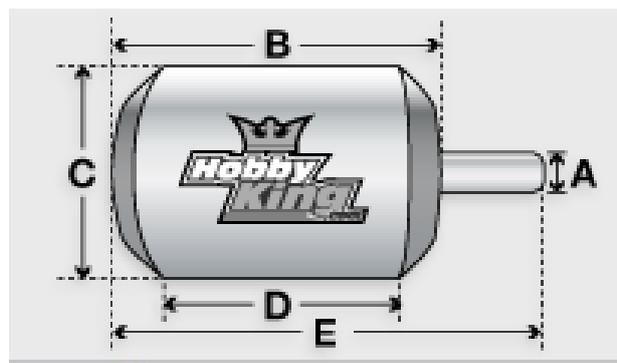
Tabla 2 se exponen las características principales del motor D2830/11, y en la Figura 21 las medidas que tiene:

<sup>25</sup> **Escobillas:** Sirven para alimentar la bobina del eje de giro o parte móvil de un motor eléctrico

<sup>26</sup> **Campo electromagnético:** Campo físico, tensorial, originado por un elemento cargado eléctricamente.

**Tabla 2.** Características y medidas del motor D2830/1. Fuente: [43].

<b>Características</b>	<b>Unidades</b>
Revoluciones por minuto [Rpm/V]	1000Kv
Voltaje	7.4v a 14.8 v
Peso	52g
Potencia	210 watts
Corriente máxima	21 A
ESC	30 A
Eje A	3,17 mm
Longitud B	30 mm
Diámetro C	28 mm
Longitud D	14 mm
Longitud total E	45 mm



**Figura 21.** Medidas del motor 2830/11. Fuente: [43].

Para controlar el giro de los motores se hace mediante el PWM, así que se da una breve introducción acerca de este tema.

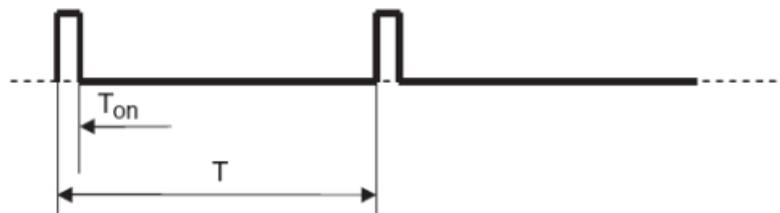
### **PWM**

El PWM en sus siglas en inglés es “pulse width modulation”, que en español significa modulación por ancho de pulso, el PWM sirve para controlar la velocidad de los cuatro motores como se mencionó anteriormente a pesar de que los

motores tienen las mismas características el PWM utilizado para cada motor es diferente por lo cual es necesario realizar una caracterización de los mismos [39].

El PWM se usa para generar señales análogas con medios digitales, mediante una onda cuadrada a la cual se le cambia el tiempo en el que esta señal está en bajo o en alto, es decir se cambia el ancho de pulso [44]. Para generar movimiento en los motores se cambia la corriente de alimentación mediante el uso del PWM, esto se logra cambiando la anchura de pulso de la señal que se le entrega al motor.

El PWM se da mandando un pulso rectangular con un determinado ciclo de trabajo que va de 0 a 100%, donde 0% es una señal que siempre está en bajo y 100% estará siempre en alto. En la Figura 22 se muestra un ejemplo para un ciclo de trabajo del 10% [45].



**Figura 22.** Ciclo de trabajo de 10%. Fuente: [45].

Donde  $T_{on}$  es el periodo de trabajo y  $T$  es el periodo total. Es decir que la frecuencia equivale a:

$$f = \frac{1}{T} \quad (99)$$

### 3.1.2.2 Hélices

Para cada motor hay una hélice, estas deben ser escogidas con precaución ya que dependiendo del tipo de motor es la hélice; Como se mencionó anteriormente hay dos motores que giran en sentido de las manecillas del reloj y otros dos en sentido contrario, por esta razón se necesitan dos tipos de hélices, unas inclinadas a la derecha y las otras dos a la izquierda [46].

Las hélices se escogen dependiendo de su diámetro y paso, el diámetro es el área, mientras que el paso es el área efectiva. Una hélice grande puede cargar más peso, pero esto significa mayor esfuerzo y voltaje para hacerlas funcionar o motores más grandes, mientras que las hélices pequeñas no necesitan mucho voltaje ni motores tan grandes para funcionar, no obstante no pueden resistir demasiado peso para elevar estructuras muy pesadas [47].

En la Tabla 3, muestra la hélice que se necesita según el tamaño del motor escogido.

**Tabla 3.** Hélices según Motor. Fuente: [48].

<b>Hélices alternativas</b>	<b>Hélice inicial</b>	<b>Tamaño del motor</b>
5.24x4, 5.5x4, 6x3.5, 6x4, 7x3	6x3	.049
7x3, 7x4, 5.7x5	7x4	.09
8x5, 8x6, 9x4	8x4	.15
8x5, 8x6, 9x5	9x4	.19 - .25
9x7, 9.5x6, 10x5	9x6	.20 - .30
9x7, 10x5, 11x4	10x6	.35 - .36
9x8, 11x5	10x6	.40
10x6, 11x5, 11x6, 12x4	10x7	.45
10x8, 11x7, 12x4, 12x5	11x6	.50
11x7.5, 11x7.75, 11x8, 12x6	11x7	.60 - .61
11x8, 12x8, 13x6, 14x4	12x6	.70
12x8, 14x4, 14x5	13x6	.78 - .80
13x8, 15x6, 16x5	14x6	.90 - .91
15x8, 18x5	16x6	1.08
16x10, 18x5, 18x6	16x8	1.20
18x8, 20x6	18x6	1.50
18x10, 20x6, 20x8, 22x6	18x8	1.80
18x10, 20x6, 20x10, 22x6	20x8	2.00

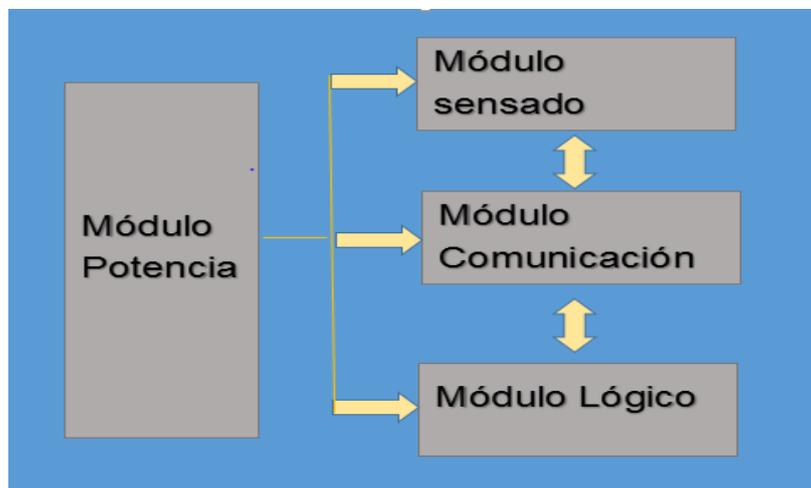
Como se puede observar y según la Figura 21, el motor escogido tiene una medida de 45mm, equivalentes a .45m, es decir que las hélices deben tener 10x7, ósea 10 pulgadas de diámetro y 7 de paso, en su defecto cualquiera de los valores alternativos que aparecen en la Tabla 3. En la Figura 23, se muestran las dos hélices del proyecto.



**Figura 23.** Hélices de 10x4.5. Fuente: propia.

### 3.1 BLOQUE ELÉCTRICO

Este bloque está compuesto por todos los sistemas eléctricos del cuadricóptero y los módulos que conforman el mismo, como lo son el de potencia, sensado y comunicación, todos estos módulos se comunican entre sí por medio de señales digitales<sup>27</sup> como se observa en Figura 24, donde el módulo de potencia alimenta a los otros módulos, el módulo de comunicación, da la transmisión de datos entre el módulo de sensado y el módulo lógico, los cuales devuelven a su vez información sobre las variables implementadas.



**Figura 24.** Bloque eléctrico. Fuente: propia.

#### 3.2.1 Módulo de Potencia

La potencia es indispensable para el sistema, ya que gracias a los circuitos de potencia podemos variar las características de la energía eléctrica, modificando

<sup>27</sup> **Señal digital:** Señal que presenta una variación discontinua en el tiempo, esta señal no se produce en el mundo físico, esta es creada por el hombre.

la tensión<sup>28</sup>, la forma de onda o su frecuencia<sup>29</sup> [49]. Para este proyecto se usa como fuente de poder las baterías.

### 3.1.2.3 Baterías

Para lograr que el cuadricóptero vuele este necesita una carga para que los motores funcionen y hagan girar las hélices que lo levantan del suelo hacia el aire.

Las baterías funcionan como fuente de poder, transformando la energía química a energía eléctrica aunque hay parte de energía calórica en esta transformación y también un poco de corriente eléctrica; Las baterías tienen la capacidad de reutilizarse mediante un cargador que le aplique cierta cantidad de corriente (ver Anexo A)

Existen diferentes tipos de baterías las cuales son de plomo-acido, nickel-cadmio, ion-litio, nickel-hidruro metálico, polímero-litio, aire-zinc y celdas de combustible [50], para este proyecto se escogieron dos baterías, una batería polímero-litio (LiPo) la cuál puede verse en la Figura 25, esta batería tiene 3 celdas (3S) conectadas en serie, los voltajes de cada celda se suman dando un valor en la salida de 11.1v y tiene 2,200 mAh(miliamperios-hora), este último valor corresponde a la capacidad de la batería [51].



**Figura 25.** Batería LiPo 3S 2,200mAh. Fuente: propia.

El ratio de carga [C], es el valor que mide la descarga de una batería, es decir la máxima corriente que puede suministrar, en el caso de la batería de la Figura 25, esta tiene un ratio de 35C, en la ecuación (100), se da un aproximado del tiempo de vuelo, donde: [52].

La capacidad de la batería es de 2,200 mAh y  $kv$  corresponde al número de RPM/v que da el motor, que para este caso equivale a 1000 como se vio en la

Tabla 2 anterior.

---

<sup>28</sup> **Tensión eléctrica:** Diferencia de potencia que suministra una fuente eléctrica, para establecer un flujo de corriente.

<sup>29</sup> **Frecuencia eléctrica:** Fenómeno físico que se repite ciclicamente un número determinado de veces en un segundo.

Entonces:

$$\text{Tiempo de vuelo} = \text{Capacidad de la batería} / kv \quad (100)$$

$$\text{Tiempo de vuelo} = 2,200\text{mAh} / 1,000Kv \quad (101)$$

$$\text{Tiempo de vuelo} = 2.2\text{min} \quad (102)$$

Este resultado es tan solo un estimado para obtener el valor exacto del tiempo de vuelo se realizaron unas pruebas que se muestran en el capítulo 4.

La segunda batería se muestra en la Figura 26, es una batería marca ZIPPY, según las especificaciones que se muestran en el dispositivo tiene 2,200mAh, 40C de ratio, 3S, en serie con un total de 11.1v



**Figura 26.** Batería LiPo ZIPPY 2200mAh, 3S. Fuente: propia.

Para calcular el tiempo de vuelo de la segunda batería se utiliza la ecuación (100) y ya que los datos de capacidad son los mismo y los mismos motores el resultado es el mismo, de hecho se escoge una batería con similitudes en características por dos razones, la primera es que para hacer pruebas se necesita hacerlas en un periodo largo por lo cual una segunda batería es una buena opción para optimizar el tiempo ya que mientras una batería está cargando la otra está funcionando y así en sentido contrario, la segunda razón es por su fácil adquisición en el mercado local.

### **Salva lipo**

Las baterías se dañan si se dejan descargar demasiado es por esta razón que es necesario tener una alarma de batería que nos señale cuando se encuentre en un voltaje menor a 3.30v para que esta no sufra daño alguno. Para este proyecto se usa la salva lipo que se muestra en la Figura 27, la cual se puede programar con un valor mayor a 3.30v, esto con el fin de que cuando la batería tenga o llegue a ese valor la salva lipo avise mediante un pito y el cuadricóptero evite estrellarse por pérdida de voltaje [53].



**Figura 27.** Salva Lipo. Fuente: Propia.

En la Tabla 4, se muestran las características de la alarma para baterías escogida:

**Tabla 4.** Características del salva lipo. Fuente: [54].

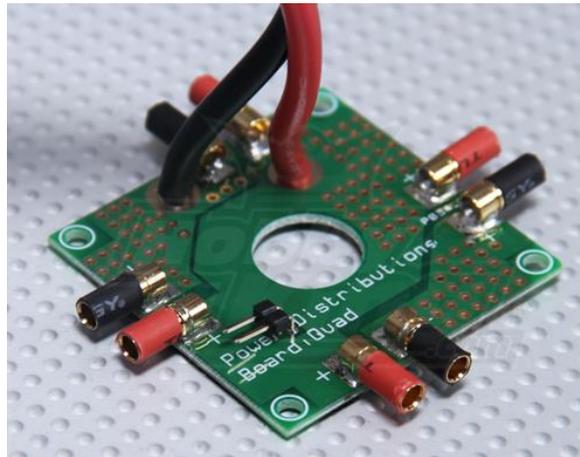
<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Botón selector de voltaje	2,70v a 3,80v
Tamaño	40mm x 25mm x 11mm
Peso	9g

### **Placa de distribución de energía**

La placa de distribución de energía o PDB (power distribution board), es utilizada como su nombre lo indica para suministrar la corriente eléctrica necesaria para cada ESC, el que por consiguiente hace funcionar los motores [55]. Esta placa evita el exceso de cableado o interferencia entre los mismos por malas conexiones, para este proyecto se utilizó la placa Quadcopter Power Distribution Board diseñada por HobbyKing, en la Tabla 5 se muestran las especificaciones y en la Figure 28 se puede apreciar la placa.

**Tabla 5.** Especificaciones del Power Distribution Board. Fuente: propia.

<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Salidas (4)	20A(Max)
Salida del motor	4x3,5mm (conector de bala hembra)
Peso	27,3g



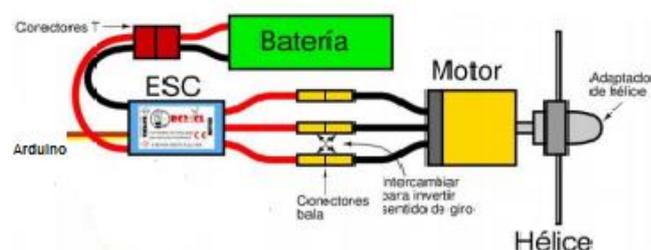
**Figure 28.** Power Distributions Board. Fuente: [56].

### 3.2.2 ESC (Electronic Speed Control)

Los ESC es un controlador electrónico de velocidad, como su nombre lo indica este dispositivo estabiliza la velocidad del motor brushless, sin importar las perturbaciones o voltaje que se le aplique, el dispositivo va conectado al motor mediante tres cables o conectores de bala, el sentido de giro que da el motor depende de cómo estos cables estén conectados [57].

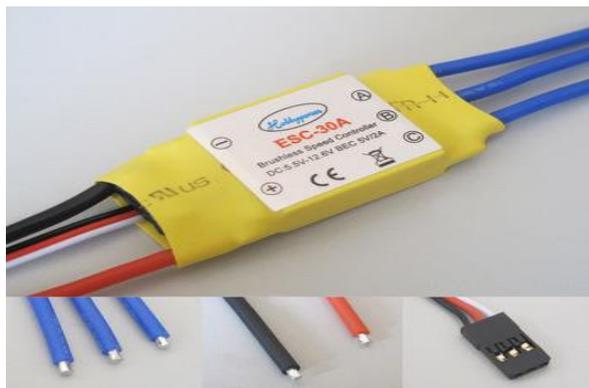
Cuenta un microcontrolador Atmega328p (igual al usado en el Arduino UNO) para procesar la señal de control PWM de entrada y gestionar las revoluciones en los motores conectados, cuenta con funciones de calibración y supresión de corrientes parásitas, esto ofreciendo una mayor calidad al control [58].

La Figura 29 muestra cómo está conectada la ESC con los motores, la batería y la tarjeta Arduino para este proyecto, esta misma conexión se hace con todos los motores, con una mala conexión de cualquiera de los cables de la ESC el dispositivo podría presentar daños irreparables.



**Figura 29.** Conexión de ESC. Fuente: [59].

Para este proyecto se utiliza la ESC que se muestra en la Figura 30, la cual tiene las características que se muestran en la Tabla 6.



**Figura 30.** ESC-30A. Fuente: [57].

**Tabla 6.** ESC especificaciones. Fuente: propia.

Especificaciones	Medidas
Voltaje de entrada	5.5v-12.6v
Corriente	2A
Peso	32g

En el Anexo B se muestra el diagrama de flujo para realizar la calibración de los drivers ESC's.

### 3.2.3 Módulo de sensado

Para la realización de este proyecto se necesitaron sensores para lograr medir los ángulos mencionados en el capítulo 1, ángulos de orientación Roll, Pitch y Yaw, con el objetivo de obtener la posición del cuadricóptero frente al horizonte por el vector de fuerza de gravedad. El sensor utilizado fue la MPU6050 GY 521 (Figura 31), posee seis grados de libertad, está compuesto de dos sensores: un acelerómetro con tres ejes y un giroscopio de igualmente tres ejes [60].



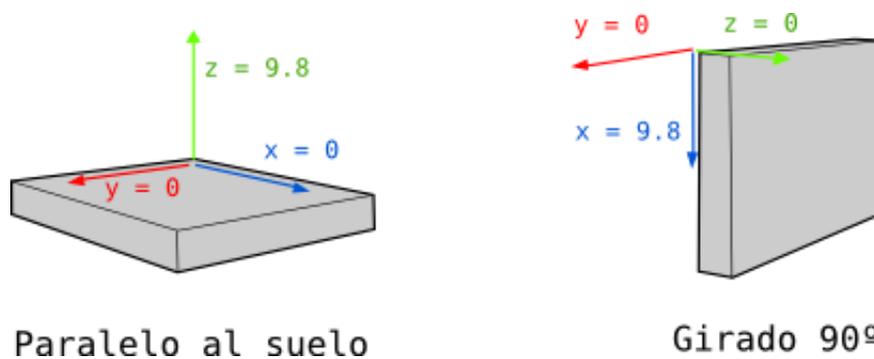
**Figura 31.** MPU6050 GY 521. Fuente: [61].

A continuación se explica de manera detallada que es y cómo funciona cada sensor:

### 3.1.2.4 Acelerómetro

Los sensores capacitivos son capaces de detectar el desplazamiento diferencial producido por las aceleraciones, estas se pueden medir en los ejes de X,Y y Z [62].

La lectura del sensor da en medidas de g las cuales representan la medida de la gravedad, la gravedad de la tierra es de  $9.8 \text{ m/s}^2$  [63], así que 1g equivale a este valor; la tierra tiene una aceleración perpendicular al suelo como se puede ver en la **Figura 32**. Donde la MPU está horizontal dándole un valor en el eje Z de 9.8 y cuando está perpendicular este valor es asimilado en el eje X de la MPU [62].



**Figura 32.** MPU en posición horizontal y vertical. Tomada de [62]

Los acelerómetros son muy sensibles a las vibraciones y otras perturbaciones<sup>30</sup>, por eso es necesario hacer una calibración del mismo, como se observa más adelante.

En la Tabla 7 se muestran las especificaciones del acelerómetro que tiene la MPU6050.

**Tabla 7.** Características del Acelerómetro. Fuente: [60].

Especificaciones	Medidas
Escala de salida digital	$\pm 2g, \pm 4g, \pm 8g$ y $\pm 16g$
Corriente de funcionamiento	500 $\mu\text{A}$
Modo de baja potencia	10 $\mu\text{A}$ a 1.25Hz, 20 $\mu\text{A}$ a 5 Hz, 20 Hz a 60mA, 110 $\mu\text{A}$ a 40Hz

<sup>30</sup> **Perturbación:** Interferencia que afecta a una señal.

### 3.1.2.5 Giroscopio

El giroscopio es un dispositivo que mide el movimiento de rotación, sin verse afectado por la velocidad ni la aceleración, únicamente la velocidad angular<sup>31</sup>.

La unidad de medida es de  $[\frac{mV}{\text{seg}}]$ , milivoltios por grado por segundo. Al igual que el acelerómetro mide la velocidad angular en los ejes X,Y y Z [62]. En la Tabla 8 se especifican las características que tiene este giroscopio.

**Tabla 8.**Características del giroscopio. Fuente: [60].

Especificaciones	Medidas
Escala de salida digital	$\pm 250, 500 \pm, \pm 1.000$ y $2.000 \pm ^\circ / \text{seg}$
Corriente de funcionamiento	3.6 mA
Corriente de espera	5 $\mu$ A
Peso total MPU6050	4g

### 3.1.2.6 Calibración del MPU6050

Para realizar la calibración del sensor es necesario colocar el cuadricóptero en el suelo junto con la MPU6050, enseguida se toman varias muestras con la tarjeta arduino y se promedia los valores de desviación para cada eje (x,y,z). Una vez promediados los valores de desviación se toma ese valor y se suma o resta en el main de la arduino, así cada vez que inicie la programación y el cuadricóptero este en el suelo listo para su configuración, tanto el acelerómetro como el giroscopio iniciaran en (0,0,0) correspondientes a los ejes (x,y,z).

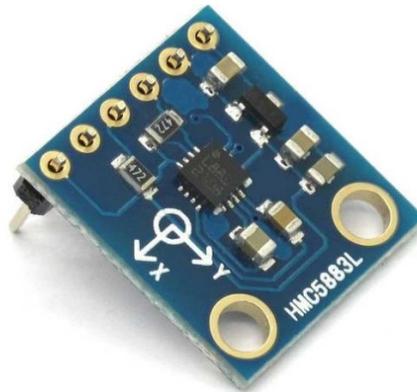
### 3.1.2.7 Magnetómetro

Los magnetómetros son dispositivos que miden la intensidad y en la mayoría de los casos la dirección de un campo magnético, se mide la magnitud de campo terrestre [64].

Para el proyecto se utilizó la HMC5883L, ver Figura 33; Este magnetómetro mide los campos magnéticos de la tierra en los ejes X y Y, se establece cual es el curso frontal de desplazamiento al norte magnético de la tierra [65].

---

<sup>31</sup> **Velocidad angular:** Unidad de medida de la velocidad de rotación.



**Figura 33.** Sensor HMC5883L. Fuente: [66].

### HMC5883L

Este dispositivo direccional es muy preciso y sensible, tiene 12 bits ADC [65], en la Tabla 9 se pueden ver las características principales del dispositivo para el magnetómetro tomadas de la hoja de datos:

**Tabla 9.** Características del LSM303DLHC. Fuente: [65].

Especificaciones	Unidades
Tensión de alimentación	2.16v a 3.6 v.
Resolución	± 8g
Consumo de energía	100µA
Peso	5g

Los chips MPU6050 y HMC5883L implementan por hardware filtros, que permiten sortear con errores de medición de los sensores, debido a las limitaciones de velocidad del protocolo I2C estos dos sensores entregan 100 muestras por segundo al microcontrolador.

### Calibración del LSM303DLH

Para realizar la calibración del magnetómetro se necesita una brújula para indicar el norte, en este caso se utiliza la brújula Smart compass, aplicación móvil, después con ayuda del Arduino se lee el valor del magnetómetro con el eje X apuntando al norte, el cual dio como resultado (440, -172) para  $x_1$  y para  $y_1$ .

Después se realiza el mismo procedimiento con Y apuntando hacia el norte y se vuelve a leer los resultados en la Arduino, esta arrojó un valor de (72, 562) en  $x_2$  y  $y_2$  respectivamente.

Como se puede observar estas lecturas tienen un error lo que implica hacer una calibración, primero hay que quitar los valores que se suponen deberían estar en 0 es decir  $y_1$  y  $x_2$ , porque si el magnetómetro apunta al norte su valor máximo debería estar en  $x_1$  y  $y_1$  no tiene ningún valor porque el magnetómetro está vertical por lo tanto a este valor se le suman 172 para que esté en cero.

Luego con el magnetómetro en Y apuntando al norte  $y_2$  tendría el máximo valor que indicase el norte y no tendría que haber ningún valor en  $x_2$  por lo tanto hay que restar -72 para que quede en 0.

Lo siguiente que se hace es hallar un factor de corrección para el norte, que haga que  $x_1$  y  $y_2$  tengan el mismo valor, es decir que corrija la lectura que se toma en la Arduino, para obtener el valor del norte:

$$x_1 * A = y_2 \quad (103)$$

En la ecuación (103), se despeja  $A$  y se obtiene el primer factor de corrección:

$$A = \frac{y_2}{x_1} \quad (104)$$

$$A = \frac{562}{440} \quad (105)$$

$$A = 1.27 \quad (106)$$

Con este valor obtenido se multiplica al valor del norte para que este obtenga su máximo valor sin ningún desvío.

### 3.1.2.8 GPS

Es un sistema de posicionamiento global (Global Positioning System), el cual permite determinar la posición en cualquier parte del mundo, de un objeto fijo o móvil mediante un sistema de navegación satelital [67].

Para determinar la posición de un objeto es necesario como mínimo el uso de cuatro satélites, obteniéndose la distancia simultánea del objeto a los satélites, los cuales emiten una señal percibida por receptores especialmente diseñados, es decir el satélite manda la señal con la hora que fue emitido y el receptor capta la señal y el tiempo que tardó en ser recibida, teniendo en cuenta la velocidad en el vacío (velocidad de la luz 299 792 458 m/s), para determinar la distancia que existe del satélite a la posición del receptor, se realiza una triangulación de la posición de los satélites, velocidad de propagación y el tiempo de transmisión [68]. Para más información acerca de los GPS ver Anexo C.

Para este proyecto se escoge el GPS GP-20U7 (Figura 34), mediante el cual se conocen las coordenadas de posición del cuadricóptero en estudio.



**Figura 34.** GP-20U7. Fuente: [69].

### **GP-20U7**

GPS de 56 canales, 22 canales en vista. Cuenta con un radio de precisión de 2.5m suficiente para navegación aérea. Emplea para comunicarse una interfaz serial a 9600bauds, las muestras se entregan cada segundo, la información se encuentra codificada bajo la especificación NMEA 0183 [70], en la Tabla 10 se muestran las características de este GPS.

**Tabla 10.** Especificaciones del GP-20U7. Tomado de [70]

<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Sensibilidad	163dBm
Voltaje de alimentación	3.3 V
Corriente de funcionamiento	40 mA
Frecuencia	L1, 1575.42 MHz
Velocidad en exactitud	0.1 m/s
Altitud	18000m
Aceleración	4g

### **3.2.4 Módulo de comunicación**

Estos módulos facilitan la comunicación entre dispositivos, manejando las direcciones, inicio y fin del envío de datos con la frecuencia requerida para el proyecto.

#### **3.1.2.9 Bluetooth**

Un módulo Bluetooth se utiliza para realizar la comunicación inalámbrica entre varios dispositivos con una velocidad de 2.4 Ghz (Giga Hertz), la mayoría de

estos módulos o dispositivos actúan como maestro/ esclavo, tiene una dirección única de 48 bits y un nombre que puede ser dado por el programador con el fin de reconocer el bluetooth de otros que se encuentren encendidos [71].

Para la comunicación y envío de datos se utiliza el dispositivo bluetooth con la referencia CZ-HC-05 gomcu, en la Tabla 11 se muestran las características principales y en la Figura 35 se observa el dispositivo utilizado.

**Tabla 11.** Características del CZ-HC-05. Fuente: [72].

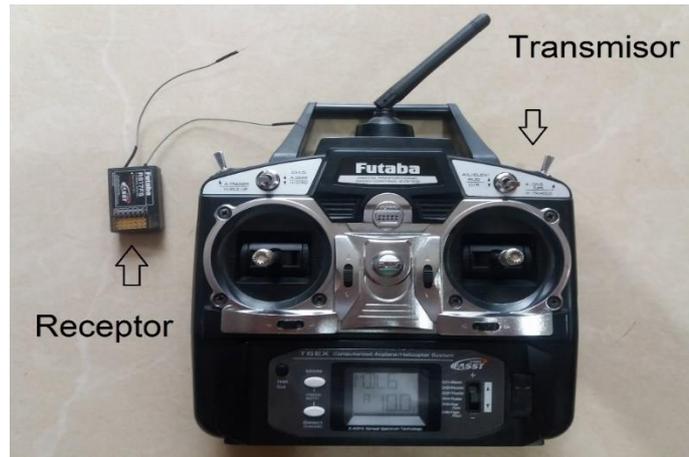
Especificaciones	Unidades
Fuente	-3.6 – 6v
Tamaño	38.5mm x 18.5mm
Velocidad de transmisión	9600 Baudios (opcional)
Pines	6



**Figura 35.** Dispositivo Bluetooth CZ-HC-05 gomcu. Fuente: [73].

### 3.1.2.10 Radiocontrol (RC)

Esta técnica permite a un usuario manejar un objeto a distancia de manera inalámbrica, para este caso el RC permite al usuario controlar el vuelo del cuadricóptero, el RC funciona con 3 componentes: El trasmisor encargado de convertir las señales dadas en ondas de radio; El receptor, el cual convierte las ondas de radio en una señal digital; y por último los motores que son manipulados por la señal que se entrega al receptor [74]. Para este proyecto se escogió el RC que se observa en la Figura 36 un Futaba 6EX.



**Figura 36.** Futaba 6EX. Fuente: Propia.

### **Futaba 6EX**

El futaba 6EX tiene una velocidad de 2.4 GHz, tiene 6 canales de transmisión de datos y sirve para cualquier tipo de Drone, el receptor tiene dos antenas con el fin de evitar la recepción de información errónea, es importante mantener una antena de la otra a 90° [75]. El receptor usado está ubicada en la base del cuadricóptero con el fin de evitar perturbaciones o ruido emitido mayormente por los motores; En la **Tabla 12** se muestran las características del RC transmisor y en la **Tabla 13** se muestran las características del receptor.

**Tabla 12.** Características del Transmisor. Fuente: [75].

<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Batería	9.6v
Emisión de banda	2.4 GHz
Canales	6
Consumo	170mA

**Tabla 13.** Características del Receptor. Fuente: [75].

<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Receptor de modulación	7 canales

Recepción de banda	2.4 GHz
Alimentación compartida con motores	4.8v o 6v
Consumo	80mA
Peso	9.8g

En el Anexo D, se muestra el funcionamiento y las partes del RC. Además en el Anexo B, se explica detalladamente cómo se hace la sincronización de los ESC's, los motores, la MPU y el RC.

### 3.1.2.11 I2C

Anteriormente se mencionó que se utilizó el bus I2C, en este ítem se explicará el porqué es necesario este bus de comunicación.

El I2C en inglés es Inter Integrated Circuits Bus, que significa bus de interconexión entre dispositivos o circuitos integrados, este bus es síncrono, lo que quiere decir que es controlado con una señal de reloj, dicha señal viene de una de sus líneas de datos la SCL, la otra línea de es la SDA la cual es una línea de datos [76] .

Es un bus en serie, trabaja con una velocidad de 100kbit/s hasta 3,4Mbit/s, capaz de comunicar microcontroladores con sus periféricos en sistemas integrados, cada dispositivo conectado con el bus I2C tiene su propia dirección, esta cadena de datos y direcciones que maneja el I2C es de 8 bits, el I2C tiene una relación entre dispositivos de maestro y esclavo, el maestro es el encargado de iniciar la transmisión y generar la señal de reloj [77].

Para el desarrollo de este proyecto se utiliza el bus I2C como mejora de los ESC, para enviar información de referencia de velocidad para la rotación del motor. Este método es más confiable que el de referencias de velocidad con PWM, debido a que este genera muchas perturbaciones por el ruido que generan los motores [57].

- **Direcciones de I2C:** Los dispositivos que trabajan con I2C tiene un direccionamiento 9 bits lo que implica que este puede conectarse con hasta 128 dispositivos con el mismo bus (0-7 bits) el bit sobrante es utilizado para informar al esclavo si el maestro va a escribir o va a leer, "1" es para indicar que el maestro está leyendo lo del esclavo y "0" es para indicar que el maestro está escribiendo sobre este. Este indicador de lectura y escritura va al final de la cadena por ser el bit menos significativo.
- **Start y stop:** Para empezar la comunicación entre maestro y esclavo, el maestro debe informar el comienzo de la transferencia de datos (Start), SDA cae a cero y SCL está en nivel alto. Cuando la comunicación finaliza (Stop) el maestro lo informa y la línea SDA pasa a estar en alto y SCL sigue igual.

- **Transferencia de datos:** Como se mencionó anteriormente el maestro es quien inicia la transferencia de datos. SDA tiene una cadena de 8 bits donde la primera palabra transferida tiene la dirección del esclavo, luego el maestro lee el estado de la línea SDA, este estado es impuesto por el esclavo, si es “0” la comunicación sigue, si es “1” significa que no se validó la comunicación por consiguiente el maestro manda un Stop para liberar el bus a esto se le llama ACK (reconocer).  
Si el bit (r/w), es decir el bit de lectura y escritura por sus iniciales en inglés de read/write, es “0” de modo escritura, el maestro envía datos al esclavo, manteniéndose en ese estado mientras haya señales de reconocimiento y finaliza cuando se terminan los datos; Cuando el bit r/w es “1” el esclavo inicia el envío de datos y el maestro genera el pulso de reconocimiento.
- **Inicio reiterados:** Este sirve para generar una condición de inicio en vez de una parada (Stop) y seguir transmitiendo, con el fin de direccionar otro esclavo o para cambiar el bit w/r de un modo a otro.
- **Lectura desde un dispositivo esclavo:** Para leer a un dispositivo esclavo se debe saber cuál de sus direcciones internas se va a leer, es decir que para esto primero se tiene que escribir sobre el mismo antes de leerlo, este proceso se lleva a cabo de igual manera si lo que se quiere es escribir sobre el dispositivo esclavo.  
Primero se envía la secuencia de inicio, la dirección con el bit de escritura “0” y el registro interno de lo que se va a leer y después se envía nuevamente pero con el bit w/r “1”, para leer de este modo la transmisión termina con el Stop. [57]

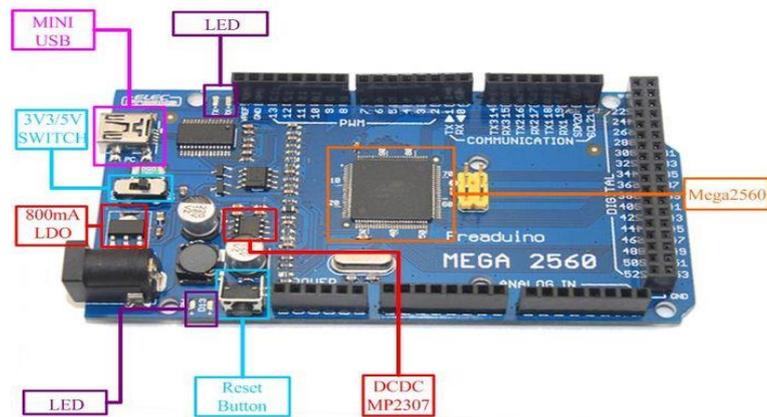
### 3.2.5 Módulo Lógico

En este módulo se exponen los componentes que se encargan de manipular, controlar y modificar las variables utilizadas en el proyecto. Como su nombre lo indica, se responsabiliza de realizar todas las tareas lógicas necesarias para el desarrollo y vuelo del cuadricóptero.

#### 3.1.2.12 Arduino Mega 2560

Arduino es un hardware libre y una plataforma computacional física, con entradas y salidas, unas analógicas y otras digitales, 14 de esas salidas se pueden utilizar como salidas PWM, 4 puertos seriales (UARTs), reloj de 16Mhz, cable USB para conectarlo al computador, Jack de alimentación y un botón de reinicio [78]. El lenguaje de programación en el que se desarrolla es Processing/Wiring, el voltaje de entrada es de 7-12v y tiene una memoria Flash de 256k.

En la Figura 37, se muestra la placa que se utilizó para el proyecto y se pueden observar las características de la misma.



**Figura 37.** Arduino Mega 2560. Fuente : [79].

Una vez realizados el modelo dinámico del cuadricóptero se ingresan a la placa de Arduino, la cual es capaz de dar los valores en coordenadas del valor resultante.

Esta placa también es la encargada de leer los sensores, realizar la calibración de los mismos y en la conversión de las señales analógicas a digitales. En la Tabla 14 se muestran las especificaciones técnicas de la placa Arduino que se usa a lo largo de todo el proyecto.

**Tabla 14.** Especificaciones de la Arduino Mega. Fuente: [80].

Especificaciones	Unidades
Voltaje de funcionamiento	5V
Cristal	16 MHz
Entradas y salidas digitales	54 y 15 de PWM
Pines de entrada analógica	16
RAM	256KB
EEPROM	4KB
Longitud	101.52mm
Anchura	53.3mm
Peso	37g

La Arduino Mega es utilizada para la telemetría es decir, para la toma de medición de los sensores. Para la parte de control de motores y vuelo se utiliza la Arduino Uno debido a la gran cantidad de código que se necesita para estas dos tareas.

### 3.1.2.13 Arduino Uno

Esta placa tiene un microcontrolador ATmega328P, utiliza programación basada en C++, cuenta con 8 bits, utiliza comunicación I2C lo que le permite comunicación entre varios shields (ver Figura 38), con una memoria EEPROM de 1kB y una memoria SRAM de 2kB [81].



**Figura 38.** Arduino Uno. Fuente: [82].

Tiene 14 terminales digitales entrada/salida 6 son entradas analógicas, 6 salidas PWM, cristal de 16MHz y conexión USB, en la se observan las características de esta placa [82].

**Tabla 15.** Características de Arduino Uno. Fuente: [82].

<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Voltaje de funcionamiento	5V
Cristal	16 MHz
Voltaje de entrada	7-12 V
Pines de entrada analógica	6
Pines de PWM	6
SRAM	3KB
EEPROM	1KB

Memoria flash	32KB
Longitud	68.6mm
Anchura	53.4mm
Peso	25g

## 4. CAPÍTULO IV: PRUEBAS Y EVALUACIÓN

Para este capítulo es necesario conocer las normativas de vuelo para Drones, ya que esta actividad si no se realiza con cuidado puede causar accidentes a personas y bienes inmuebles (Anexo E), una vez conociendo la normativa se puede empezar con las pruebas y evaluación del modelo dinámico.

### 4.1 Pruebas para las baterías

El valor encontrado de la ecuación (100) para el tiempo de vuelo mostrado en el capítulo 2 sección 3.2.1.1, solo es un valor aproximado, en la Tabla 16, se muestra el banco de pruebas realizado para conocer el valor del tiempo de vuelo promedio que soportan las dos baterías escogidas.

**Tabla 16.** Banco de pruebas de las baterías. Fuente: propia.

Batería 1	Batería 2
10 min	9.8 min
8 min	10 min
7 min	8 min
7.5 min	8.4 min
11 min	9.1 min

Para la batería 1 se tuvo una autonomía de vuelo promedia a máxima velocidad de:

$$\text{Tiempo promedio de vuelo} = \frac{m1 + m2 + m3 + m4 + m5}{\text{Cantidad de muestras}} \quad (107)$$

$$\begin{aligned} \text{Tiempo promedio de vuelo} \\ = \frac{10 \text{ min} + 8 \text{ min} + 7 \text{ min} + 7.5 \text{ min} + 11 \text{ min}}{5} \end{aligned} \quad (108)$$

$$\text{Tiempo de vuelo} = 8.7 \text{ min} \quad (109)$$

Para la batería 2 la autonomía para el tiempo promedio de vuelo fue:

$$\textit{Tiempo promedio de vuelo} = \frac{m1 + m2 + m3 + m4 + m5}{\textit{Cantidad de muestras}} \quad (110)$$

$$\begin{aligned} \textit{Tiempo promedio de vuelo} \\ = \frac{9.8\textit{min} + 10 \textit{min} + 8\textit{min} + 8.4\textit{min} + 9.1\textit{min}}{5} \end{aligned} \quad (111)$$

$$\textit{Tiempo de vuelo} = 9.6 \textit{min} \quad (112)$$

Es decir que el tiempo de vuelo es mayor que el de la estimada en la ecuación (102).

#### **4.2 Pruebas a la estructura del primer cuadricóptero**

Para esta parte se realizo una base en la que se pudieran hacer pruebas a el primer cuadricóptero armado (

Anexo F), con el fin de poder anclar el drone y hacer pruebas de altura y estabilidad de una manera segura, después se procedió a tomar medidas de peso, longitud, área y demás constantes que necesita el modelo, ver Tabla 17.

**Tabla 17.** Medidas del primer cuadricóptero. Fuente: Propia.

<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Gravedad	9.8 m/s <sup>2</sup>
Masa total	1.0 Kg
Longitud del brazo	30 cm
Coefficiente de Thrust	3e-6
Fricción del aire	0.25

Pero al mandar los PWM, para cada motor y intentar conseguir el punto de equilibrio se descubrió que no fue posible debido a que los brazos del primer cuadricóptero era muy largos y no tenía un centro de masa bien dimensionado, esto hacía que los pesos no se distribuyeran bien por lo tanto el cuadricóptero jamás conseguiría estabilizarse, por esta razón se cambio la base del cuadricóptero y se armó un segundo cuadricóptero, especificado en el capítulo 2.

### 4.3 Pruebas en MATLAB

Una vez armado el segundo cuadricóptero, con los parámetros del mismo descritos en la **Tabla 18** se realiza en Matlab un programa en el cual se reciben los valores propios del cuadricóptero y así simular en diferentes condiciones que valores del controlador son óptimos para su funcionamiento, al ver que valores eran los que mejor mostraban una estabilidad, se utilizaron como base para seguirlos sintonizando.

**Tabla 18.** Medidas segundo cuadricóptero. Fuente: Propia.

<b>Especificaciones</b>	<b>Unidades</b>
Gravedad	9.8 m/s <sup>2</sup>
Masa total	1.2 Kg
Longitud del brazo	25 cm
Coefficiente de Thrust	3e-6
Fricción del aire	0.25

Kp	1.4
Ki	0.05
Kd	15

#### 4.4 Pruebas en el segundo cuadricóptero

Se anclo en la estructura como se ve en la **Figura 39** y se comenzó hacer el código para el funcionamiento de los motores, en relación con la MPU, el modelo dinámico y el controlador PID, con el fin de general estabilidad, ya que los cuadricópteros son sistemas completamente inestables por naturaleza.



**Figura 39.** Base para pruebas del segundo cuadricóptero. Fuente: Propia.

Se encontró, que los motores no arrancaban sin una calibración previa de los drivers, así que se revisó el datasheet y se realizó la calibración, como se indica en el Anexo B.

En esta ocasión se estableció que el marco estaba generando un peso extra al cuadricóptero lo que ocasionaba un cambio en el modelo dinámico establecido, debido al peso considerable de la base, lo que ocasionaba que los motores se sobres forzaran y que su centro de masa cambiara así que se opto por otro modo de pruebas.

#### 4.5 Prueba de estabilidad

Tal y como se muestra en Figura 40, se procedió a colgar de un brazo y de su opuesto (de manera diagonal) para probar su estabilidad.



**Figura 40.** Cuadricóptero colgado a dos alambres. Fuente: Propia.

La prueba consiste en encender 2 motores, y empezar a moverlo, con el fin de que el regresara al punto (0, 0) y así mostrar estabilidad en un eje, ver Figura 41.



**Figura 41.** Estabilización primer eje. Fuente: Propia.

Ya comprobando que el primer eje se estabilizo, se realizó el mismo procedimiento para el otro eje (Figura 42), y se comprobó que este también se estabilizaba, esto implica que el centro de masa del cuadricoptero está bien repartido.



**Figura 42.** Estabilización segundo eje. Fuente: Propia.

#### 4.6 Prueba entorno virtual

Se construyó un entorno virtual a través de procesan, con el fin de hacer un piloto automático en donde solo se le indicara un punto de partida y un punto de llegada, teniendo 2 nuevos sensores a bordo, un magnetómetro y un gps, con el fin de controlar automáticamente la altura y encontrar siempre el norte magnético para poder orientar de manera automática el vuelo, además el entorno grafico entrega curvas del PID bajo el pitch roll y yaw, los valores de la velocidad de los motores, los valores de los datos de newton – Euler, como se observa en la Figura 43.



**Figura 43.** Plataforma en processing. Fuente: Propia.

Pero se pudo comprobar que trazar una ruta, era un proceso muy riguroso, una tarea que se podría llevar a cabo contando con más tiempo.

## 4.7 Pruebas de ruido

Al tener varios sensores en protoboard y depender de sus valores para tener estabilidad se encontró ruido electrónico (cables largos y puentes), no se lograban fijar de alguna manera a la protoboard, generando perturbaciones y perdida completa del control del cuadricóptero, donde muchas veces se apagaba y se prendía solo por lapsos de tiempo.

Por esta razón, se diseñó en Eagle y se fabricó el circuito en papel fotográfico, planchándolo, disolviéndolo en percloruro férrico y limpiando los sobrantes con tiner y poder tener toda la electrónica fija y acoplada como se muestra en Figura 44 y Figura 45.

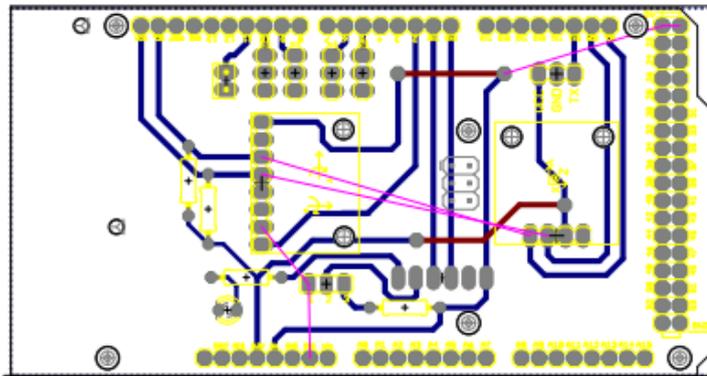


Figura 44. Esquemático. Fuente: Propia.

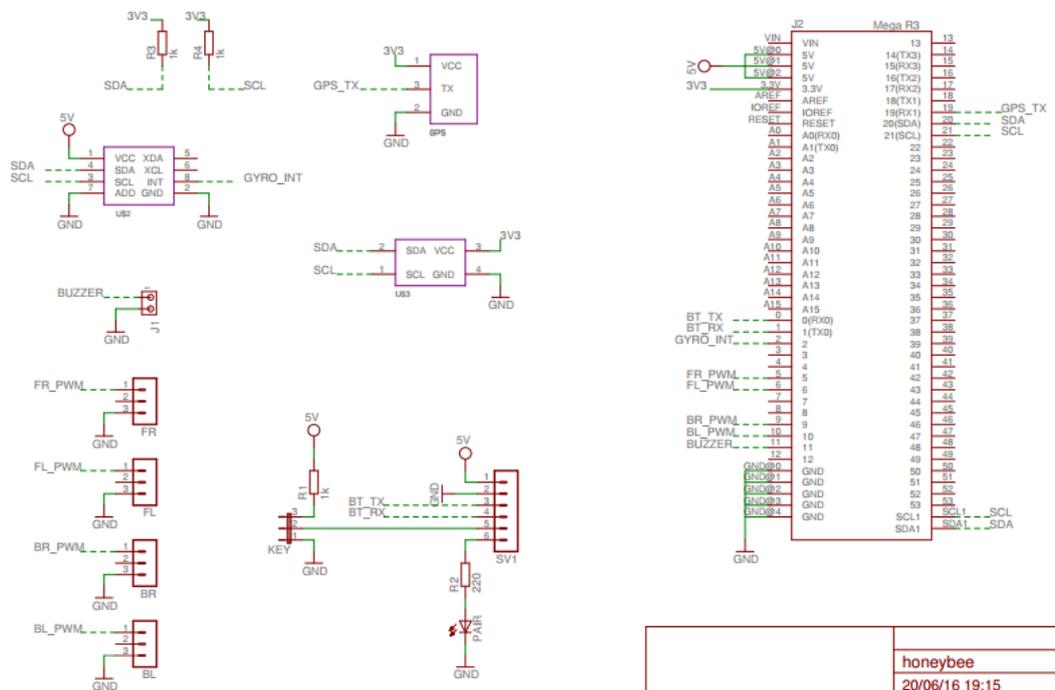


Figura 45. Circuito completo. Fuente: Propia.

#### 4.8 Prueba de comunicación y envío de datos.

Se llegó al punto estabilidad, pero el alcance del módulo bluetooth solo tiene apenas unos cuantos metros para volar, además que la interfaz gráfica solo se puede hundir un botón a la vez, así que a la hora de despegar se sacrificaban otros movimientos, ya que solo se podía tener un control a la vez sobre cada botón. Por esta razón se incorporó un control RC, para mover el cuadricóptero vía RF ya que se tenía los valores del PID para su funcionamiento y el modelo matemático funcionando.

Con estas pruebas se pudo concluir que el procesador no era suficientemente capaz de llevar todas estas tareas en paralelo, es decir que no tenía la capacidad de hacer volar el cuadricóptero y realizar la telemetría, por consiguiente se agregó la Arduino uno para que esta realizará la tarea de vuelo.

Una vez obtenido el modelo, estabilidad, instrumentación en funcionamiento y buena comunicación se procedió a realizar la validación del cuadricóptero.

#### 4.9 Evaluación del modelo dinámico del cuadricóptero e instrumentación

Lo primero fue comprobar que el cuadricóptero podía volar, así que se verificó mediante el uso de una cuerda para que este no se fuera a perder y se sacó a un espacio más amplio, efectivamente el cuadricóptero voló sin ningún problema como se evidencia en la Figura 46.



**Figura 46.** Vuelo del cuadricóptero. Fuente: Propia.

Después y por motivos de precaución se hicieron las pruebas de la instrumentación sin activar los motores, primero se inclina el cuadricóptero hacia la izquierda (Figura 47).



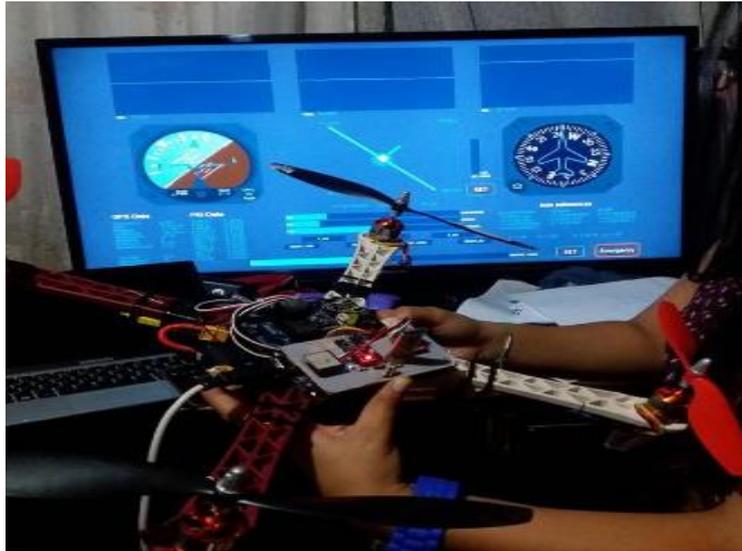
**Figura 47.** Inclinación a la izquierda. Fuente: Propia.

Como se observa en la Figura 48, se ve que el motor frontal izquierdo (FL=611) y el motor trasero izquierdo (BL= 632), aumentan el PWM, con el fin de que el cuadricóptero vuelva a la posición (0,0,0).



**Figura 48.** Inclinación izquierda en processing. Fuente: Propia.

Ahora se inclina el cuadricóptero a la derecha como se puede ver en la Figura 49, en este caso el motor frontal derecho (FR=692) y el trasero derecho (BR=703), aumentan el PWM para devolver el cuadricóptero a su posición estable (Figura 50).



**Figura 49.** Inclinación a la derecha. Fuente: Propia.

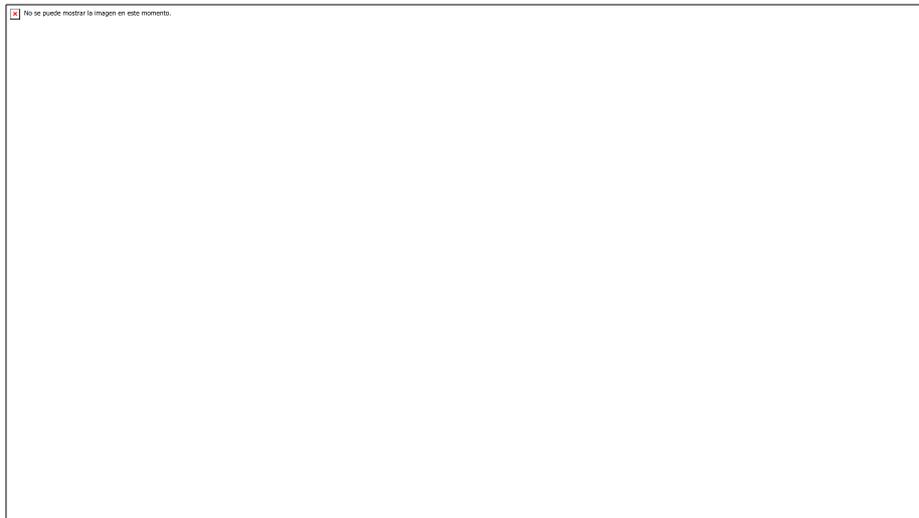


**Figura 50.** Inclinación a la derecha en processing. Fuente: Propia.

Enseguida se coloca el cuadricóptero con una inclinación hacia el frente, ver Figura 51, para este caso el PWM de los motores frontales derecho (FR=681) e izquierdo (FL=624) aumentan para devolver el cuadricóptero a la posición (0, 0, 0) tal y como se observa en la Figura 52.



**Figura 51.** Inclínación hacia adelante. Fuente: Propia.



**Figura 52.** Inclínación adelante en processing. Fuente: Propia.

Después se inclina el cuadricóptero hacia atrás (Figura 53), se observa que el PWM de los motores traseros aumenta, tanto el derecho (BR=671) como el izquierdo (BL=642) para volver a la posición estable del cuadricóptero, como se plasma en la Figura 54.



**Figura 53.** Inclinación hacia atrás. Fuente: Propia.



**Figura 54.** Inclinación hacia atrás en processing. Fuente: Propia.

Por último se posiciona el cuadricóptero en el punto (0, 0, 0) como se puede observar en la Figura 55, y cabe notar que ninguno de los motores se pone en marcha ya que se está en la posición de equilibrio (Figura 56), de esta forma queda validado el modelo dinámico del cuadricóptero.



Figura 55. Posición estable. Fuente: Propia.



Figura 56. Posición estable en processing. Fuente: Propia.

## 5. CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se explicaran las conclusiones a las cuales se ha llegado y las razones de las mismas, también se recomendarán trabajos y estudios que se pueden realizar partiendo de este proyecto, el cual servirá como base o complemento para el desarrollo de nuevas ideas o nuevos usos para las aeronaves.

### 5.1 Conclusiones

Partiendo del objetivo general y el primer objetivo de este proyecto se llego a las siguientes conclusiones:

- Se implemento el modelo dinámico de un cuadricóptero utilizando el método de Newton-Euler.
- Este modelo no tiene en cuenta las perturbaciones y se supone en un ambiente controlado, por eso fue necesario el uso de un control PID.
- El modelo permite observar la rotación y orientación del cuadricóptero a través de la matriz de rotación y los vectores de velocidad angular.
- El método de Newton-Euler no sirve para realizar acrobacias, ya que este con ángulos de  $90^\circ$  o mayores se indetermina.

Para el segundo objetivo específico se pudo concluir que:

- La instrumentación a bordo fue implementada y se logro observar el comportamiento del modelo dinámico del cuadricóptero gracias a los sensores utilizados.
- Para armar un cuadricóptero no solo se necesita integrar sus partes, es necesario adquirir los conocimientos previos del mismo para saber cómo funciona cada una de ellas y así poder integrarlo de manera correcta de modo que este pueda volar.
- El módulo bluetooth ofrece una buena comunicación a distancia, pero este presenta problemas a la hora de transmitir varios datos ya que lo hace de forma serial, lo que impide un buen control a la hora del vuelo.
- Para que el cuadricóptero volara y a la vez se hiciera el proceso de telemetría fue necesario el uso de dos tarjetas, una que se encargara del vuelo y la otra de la lectura de los sensores, esto debido a que la capacidad de la arduino mega lo suficientemente alta para realizar los dos procesos.

Para el último objetivo específico se tuvo que:

- Mediante la obtención del modelo dinámico y el uso de la instrumentación fue posible la validación del mismo.

### 5.2 Trabajos futuros

- Trayectoria de vuelo programado para el cuadricóptero.

- Monitoreo de cultivo mediante el uso del cuadricóptero.
- Procesamiento de imágenes tomadas desde el aire.
- Sistema de vigilancia con el uso del cuadricóptero.
- Control robusto para el manejo del cuadricóptero.
- Aplicación móvil para el manejo y control del cuadricóptero.
- Sistema FPV aplicado al cuadricóptero.

## REFERENCIAS

- [1] M. T. Calderon y D. J. Maldonado, «Control por visión de un cuadricóptero utilizando ROS,» Madrid, 2014.
- [2] C. G. Alcocer, «Actuación en vuelo de drones,» *NCYT Amazings* , 2015.
- [3] J. L. Zamora Macho , J. Porras Galán y C. Fernández Martínez , «MODELADO Y CONTROL DE UN CUADRICOPTERO,» Madrid, 2014.
- [4] V. G. Ortiz Padilla y P. R. Pulla Arévalo, «DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN CUADRICOPTERO A CONTROL REMOTO,» Sangolquí, 2012.
- [5] F. R. Guerrero Noboa y O. A. Menendez Granizo, «Modelación, simulación y control de sistemas aéreos no tripulados utilizando inteligencia artificial,» Quito, 2013.
- [6] «Cuadricopteros,» 6 enero 2015. [En línea]. Available: <http://cuadricopteros.org/cuadricopteros/>. [Último acceso: 11 febrero 2016].
- [7] S. M. Diaz, «Diseño y construcción de un Quadcopter,» Madrid.
- [8] «HobbyKing,» [En línea]. Available: [http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/\\_\\_49725\\_\\_Q450\\_V3\\_Glass\\_Fiber\\_Quadcopter\\_Frame\\_450mm\\_Integrated\\_PCB\\_Version.html](http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__49725__Q450_V3_Glass_Fiber_Quadcopter_Frame_450mm_Integrated_PCB_Version.html). [Último acceso: 24 febrero 2016].
- [9] g. wiki, «Quora,» 15 octubre 2015. [En línea]. Available: <https://code.google.com/archive/p/arducopter/wikis/PX4RC.wiki>. [Último acceso: 12 febrero 2016].
- [10] L. E. Romero, «Diseño y construcción de un modulo PID para la estabilización de un cuadricóptero,» Quito, 2104.
- [11] F. Ramos, «Drones desde cero,» de *ARDUINO DAY 2014*, Guanajuato, 2014.
- [12] O. L. Rodriguez, «Estudio y desarrollo de un sistema de control de un cuadricoptero,» Lejona, 2014.

- [13] C. Escura, «Vuelo artificial,» Creative Commons , [En línea]. Available: <https://vueloartificial.com/introduccion/toma-de-contacto/principios-basicos-de-vuelo/>. [Último acceso: 15 Mayo 2016].
- [14] P. P. Ortí, «Desarrollo del modelo dinámico de un cuadirrotor y diseño de los sistemas de control de estabilización y seguimiento autónomo de trayectorias,» Valencia, 2015.
- [15] E. Kofman, *Modelado y simulación de sistemas dinámicos: Métodos, algoritmos y herramientas*, Argentina , 2014.
- [16] «Quadcopter Dynamics, Simulation, and Control».
- [17] R. Saltarén Pazmiño, J. Azorín Poveda, M. Almonacid Kroeger y J. Sabater Navarro, «Dinámica de robots,» de *Prácticas de Robótica utilizando Matlab*, Universistas Miguel Hernandez.
- [18] M. Nadjafikhah y A. Reza Forough, *Galilean geometry of motions*, 2007.
- [19] B. n. Pamadi, «Performance, stability, dynamics and control of airplanes,» AIAA Education series, 2004.
- [20] a. z. martinez, «Mecánica de vuelo y orbital,» ETSEIAT, Catalunya, 2015.
- [21] A. Medina Dominguez y J. Ovejero Sánchez, «Cinemática,» de *Física I*, Madrid, 2011.
- [22] «Kinematics and moving frames,» Estados Unidos.
- [23] «Capítulo 2. Modelado,» 2014.
- [24] W. Buffa, «Rapidez y velocidad angulares,» de *Física*, México, 2013, pp. 222-223.
- [25] J. M. Recuenco, «Modelismo espacial,» Creative commons, 2008.
- [26] H. T. M. Nabil, «Dynamic modeling and control of a quadrotor using linear and nonlinear approaches,» 2014.
- [27] J. C. S. Fajardo, «El concepto de gravedad desde las concepciones de Newton y Einstein: una propuesta didáctica dirigida a estudiantes de ciclo V,» Bogotá, 2012.
- [28] A. Valcarce, «Física: Torque y Momento de Torsión,» 2014.

- [29] C. O. Solé, «IMPLEMENTACIÓN DE UN TUNNEL IN THE SKY PARA MICRO UAV,» España, 2013.
- [30] F. M. Palacios, «Controlador FUZZY de un quadrotor,» España, 2008 .
- [31] C. Rosales, R. Carelli, G. Scaglia y M. Jordan, «Seguimiento de una trayectoria de un mini-helicoptero de cuatro rotores basados en metodos numéricos,» Argentina, 2011.
- [32] J. C. Fernández, «Diseño de un sistema de control para un cuadricoptero,» Madrid, 2013.
- [33] R. C. Gómez, «Sistema de un control robusto, basado en cuaterniones para un satélite de órbita baja,» Bogotá, 2010.
- [34] X. B. Porta, «Creación de librerías para la asignatura Navegación Aérea, Cartografía y Cosmografía,» 2008.
- [35] H. Alemi, K. Arda y T. Bridges, «Yaw-Pitch-Roll sequence,» de *Euler angles*, 2010.
- [36] G. L. Monroy, «Implementación de una aeronave no tripulada de despegue vertical de cuatro rotores,» México, 2014.
- [37] R. W. Beard, «Quadrotor Dynamics and Control,» 2008.
- [38] «Cambios de Base. Aplicaciones Lineales,» Universidad de Sevilla, Sevilla, 2009.
- [39] C. F. Escobar García , J. A. Martinez Peña y G. A. Téllez González, «Control de un motor brushless DC con frenado regenerativo,» Bogotá, 2015.
- [40] A. M. Domingo, «Apuntes de mecánica de fluidos,» España, 2011.
- [41] E. P. Garza, «Sobre el caso de Euler del movimiento de un cuerpo rígido,» México, 2007.
- [42] D. Bueno, «Motor eléctrico brushless: Funcionamiento y Características,» Bogotá.
- [43] «HobbyKing,» 2015. [En línea]. Available: [http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/\\_\\_12921\\_\\_D2830\\_11\\_1000kv\\_Brushless\\_Motor.html](http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__12921__D2830_11_1000kv_Brushless_Motor.html). [Último acceso: 17 febrero 2016].

- [44] J. G. Espinoza Mendosa y F. A. Rosero Vera, «Control de velocidad por cambio de frecuencia de motor trifásico sincrónico usando microcontroladores avanzados e interfaz serial para la visualización de resultados,» Guayaquil, 2010.
- [45] J. R. T. Salinas, «PWM».
- [46] O. FPV, «Sharing Knowledge and Ideas,» Junio 2013. [En línea]. Available: <http://blog.oscarliang.net/build-a-quadcopter-beginners-tutorial-1/>. [Último acceso: 19 Febrero 2016].
- [47] O. FPV, «How to choose Motor and Propeller for Quadcopter and Multicopter,» Junio 2013. [En línea]. Available: <http://blog.oscarliang.net/how-to-choose-motor-and-propeller-for-quadcopter/>. [Último acceso: 19 Febrero 2016].
- [48] «Corriente de Arranque en Motores Eléctricos,» *motortico*, p. 1, 2013.
- [49] N. Mohan, T. M. Undeland y W. P. Robbins, Power Electronics, Media Enhanced, 1995.
- [50] *Tecnología de las baterías*. [Performance]. 2015.
- [51] X. L. Martín-Gil, «Cuadricóptero Arduino por control remoto Android,» Barcelona , 2012.
- [52] L. A. Hernández Barrón , J. C. Pedraza Ortega, G. Velázquez García , A. Sotomayor Olmedo y M. Delgado Rosas, «Diseño y desarrollo de un vehículo volador de cuatro hélices no tripulado de bajo costo,» Querétaro, 2014.
- [53] G. C. Ji, «Diseño de un sistema para el manejo a distancia de aeronaves construidas con arduino,» Madrid, 2014.
- [54] «ThingNovation,» [En línea]. Available: <http://thingnovation.com/salva-lipo-tester-bateria-alarma-battery-safe-alarm-buzzer-2s-8s.html>. [Último acceso: 03 Mayo 2016].
- [55] M. Vanin, «Quadcopter Manual,» Estocolmo, 2014.
- [56] H. group, «HobbyKings,» [En línea]. Available: [http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/\\_23140\\_\\_Hobby\\_King\\_Quadcopter\\_Power\\_Distribution\\_Board.html](http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/_23140__Hobby_King_Quadcopter_Power_Distribution_Board.html). [Último acceso: 24 febrero 2016].

- [57] J. M. Cotte Corredor y A. F. Moreno Pineda, «DISEÑO DE CONTROL ROBUSTO DE VELOCIDAD DE MOTORES BRUSHLESS PARA ROBÓTICA AEREA,» UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, Bogotá, 2010.
- [58] H. hobby, 2008. [En línea]. Available: <http://www.e-fliterc.com/ProdInfo/Files/EFL30AProBrushlessESCInstSheet.pdf>. [Último acceso: 16 Junio 2016].
- [59] O. RC2.CL, *Controlador de velocidad (ESC) para motores brushless, 18A o 30A*, Santiago de Chile.
- [60] I. InvenSense, «InvenSense,» 19 Agosto 2013. [En línea]. Available: [https://store.invensense.com/datasheets/invensense/MPU-6050\\_DataSheet\\_V3%204.pdf](https://store.invensense.com/datasheets/invensense/MPU-6050_DataSheet_V3%204.pdf). [Último acceso: 16 Mayo 2016].
- [61] «Thaoyu Electronics,» 2016. [En línea]. Available: <http://www.hotmcu.com/gy521-mpu6050-3axis-acceleration-gyroscope-6dof-module-p-83.html>. [Último acceso: 12 Julio 2016].
- [62] TR4NSDUC7OR, «ROBOLOGS, tutoriales, drones y humor cibernético,» 15 octubre 2014. [En línea]. Available: <http://robologs.net/2014/10/15/tutorial-de-arduino-y-mpu-6050/>. [Último acceso: 16 febrero 2016].
- [63] W. P. Terrel, «Caída libre vertical,» de *Compendio de Física*, Lima, Oso blanco S.A.C, 2007, p. 22.
- [64] S. G. García, «Diseño y construcción de magnetómetro triaxial para análisis y experimentación de aislamientos magnéticos,» Leganés, 2013.
- [65] Honeywell, «Honeywell,» Febrero 2013. [En línea]. Available: [https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/HMC5883L\\_3-Axis\\_Digital\\_Compass\\_IC.pdf](https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/HMC5883L_3-Axis_Digital_Compass_IC.pdf). [Último acceso: 13 Junio 2016].
- [66] «Instructables,» [En línea]. Available: <http://www.instructables.com/id/Arduino-Digital-Magnetic-Compass-HMC5883L-2-displa/>. [Último acceso: 12 Junio 2016].
- [67] T. Giménez Rodríguez y M. E. Ros Bernabeu, «Sistema de posicionamiento global (GPS),» 2009.

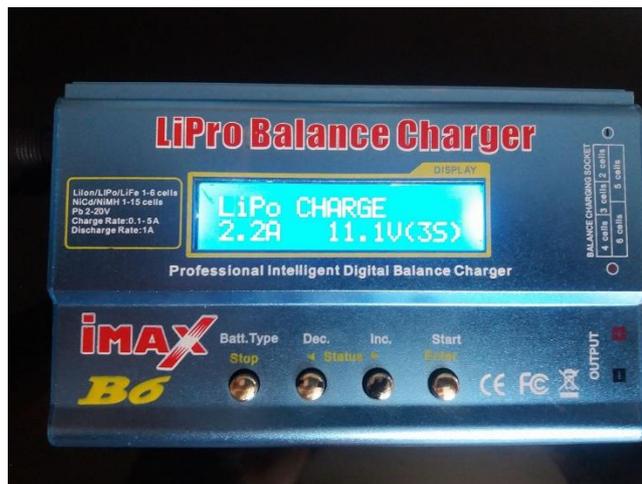
- [68] E. Huerta, A. Manguiaterra y G. Noguera, GPS Posicionamiento global, Universidad nacional de Rosario, 2005.
- [69] «Sparkfun,» Enero 2016. [En línea]. Available: <https://www.sparkfun.com/products/13740>. [Último acceso: 16 Junio 2016].
- [70] Adh-tech, «Specication approval».
- [71] S. A. G. Vergara, «Tecnología Bluetooth,» México DF, 2008.
- [72] A. C. set, *HC-03/05 Embedded Bluetooth Serial Communication Module*, 2011.
- [73] «Lelong,» 01 Enero 2015. [En línea]. Available: <http://www.lelong.com.my/hc-05-bluetooth-to-serial-module-cz-hc-05-gomcu-baseplate-blchua72-159964839-2016-01-Sale-P.htm>. [Último acceso: 14 Marzo 2016].
- [74] «Modelismo cubano,» 11 Enero 2011. [En línea]. Available: <https://modelismocubano.com/2011/01/06/principios-de-funcionamiento-de-los-modelos-de-radio-control/>. [Último acceso: 9 Julio 2016].
- [75] F. corporation, «Futaba 6EX-2.4GHz,» Japón, 2014.
- [76] D. Paret, *El Bus I2C de la teoria a la práctica*, Paraninfo, 1995.
- [77] A. M. Fernández-Caparrós, «EL BUS I2C,» Córdoba , 2004, pp. 183,184,185.
- [78] L. T. Ojeda, «ARDUINO,» [En línea]. Available: <http://arduino.cl/arduino-mega-2560/>. [Último acceso: 24 febrero 2016].
- [79] «ELEC Freaks,» 19 Abril 2015. [En línea]. Available: [http://www.electfreaks.com/wiki/index.php?title=Freaduino\\_Mega2560](http://www.electfreaks.com/wiki/index.php?title=Freaduino_Mega2560). [Último acceso: 24 Febrero 24].
- [80] A. Group, «ARDUINO,» [En línea]. Available: <https://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardMega2560>. [Último acceso: 14 Marzo 2016].
- [81] D. M. Cazorla, «Modelado dinámico y diseño de estrategia de control mediante estimadores para el vuelo autónomo de un quadrotor,» 2012.

- [82] A. Group, «Arduino,» [En línea]. Available: <https://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardUno>. [Último acceso: 25 Marzo 2016].
- [83] «Hobbyking: Imax B6AC,» [En línea]. Available: <http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/uploads/909483870X806270X1.pdf>. [Último acceso: 23 Agosto 2016].
- [84] D. d. I. Guajira, «Mejora de los sistemas de cartografía del territorio Colombiano,» Rioacha, 2007.
- [85] O. E. M. Penagos, «¿Que pasa con la regulación de UAV's en Colombia?,» Bogotá, 2014.
- [86] E. Saumeth, «Colombia regula el uso de drones en su cielo,» *Infodefensas*, 03 Septiembre 2015.
- [87] C. p. Blog, «Pololu Robotics & Electronics,» 2013. [En línea]. Available: <https://www.pololu.com/product/1268>. [Último acceso: 16 febrero 2016].
- [88] STMicroelectronics, *Ultra-compact high-performance eCompass module: 3D accelerometer and 3D magnetometer*, Datasheet, 2013.
- [89] STMicroelectronics, *MEMS motion sensor: three-axis digital output gyroscope*, datasheet, 2013.
- [90] Cierzo, «AEROMODELISMO Y OTRAS AFICIONES,» 28 Octubre 2008. [En línea]. Available: <http://altosvuelos.blogspot.com.co/2008/10/helices.html>. [Último acceso: 19 Febrero 2016].
- [91] «Manual of RC Timer ESC 30A Brushless Motor Speed Controller,» [En línea]. Available: <http://www.sarkanyellato.hu/wp-content/uploads/2011/10/RC-Timer-10.18.30.40A-ESC-Instruction.pdf>. [Último acceso: 12 Agosto 2016].

## Anexo A. Uso del cargador para baterías

Para cargar las baterías de tipo LiPo, las cuales se usan para el buen funcionamiento y durabilidad de vuelo del cuadricóptero, es necesario realizarlo de una manera segura, por esto se usa un cargador especialmente diseñado para este tipo de baterías.

Se explicara el funcionamiento del cargador iMax B6 LiPro sus características técnicas y un paso a paso de cómo se carga una batería tipo LiPo, para este caso una ZIPPY compact 2200 mAh de 3 celdas.



**Figura 57.** Cargador Imax b6. [Fuente Propia]

En la **Tabla 19** se muestran las características del cargador Imax b6.

**Tabla 19.** Características del Imax b6. Tomado de [83]

<b>ESPECIFICACIONES</b>	
Voltaje de operación	11 a 18 Voltios, DC
Corriente de carga	0.1 a 5 Amperios
Corriente de descarga	0.1 a 1 Amperio
Corriente drenaje para equilibrar baterías LiPos	300 mAh/célula
Peso	220 gramos
Dimensiones	133 x 87 x 33 mm

El cargador B6 ajusta la corriente de alimentación durante el proceso de carga y descarga, para impedir sobrecargas, lo que evita una posible explosión. El cargador puede desconectar automáticamente el circuito, esto se logra gracias a que todos los programas de carga, están controlados a través de un sistema de control de dos vías, para obtener un máximo de seguridad y minimizar los problemas ocasionados por negligencia del usuario. Como característica vital, el cargador B6 utiliza un balanceador interno de baterías LiPo, así que no es necesario conectar uno externo para balancearlas [83].

## PASOS PARA CARGAR UNA BATERIA LIPO ZIPPY DE TRES CELDAS

1. Conectar el cargador B6 a la fuente de alimentación, ver **Figura 58**.



**Figura 58.** Cargador a la fuente de poder externa. [Fuente Propia]

2. Con el botón bate. Type mostrado en la **Figura 59**, buscar la función LIPO BATT y seleccionarla con el botón Start.



**Figura 59.** Función para baterías LiPo. [Fuente Propia]

3. Presionar el botón start para entrar a la función de carga de baterías tipo LiPo
4. Conectar el Jack de carga que se muestra en la **Figura 60**, al cargador B6 de tal manera que coincidan los colores del cable con el color de las entradas del cargador (negro-negro/rojo-rojo)



**Figura 60.** Conexión del Jack de carga. [Fuente Propia]

- Después de realizar la conexión del Jack se recurre a conectar la batería al cargador B6, ver **Figura 61**.



**Figura 61.** Batería conectada al cargador B6. [Fuente Propia]

- Después de realizar los pasos 4 y 5 presionar el botón Start mostrado en la **Figura 59** para empezar el proceso de carga de la batería ZIPPY.
- El cargador B6 mostrará el momento en que la batería este totalmente cargado con un mensaje en pantalla FULL mostrado en la **Figura 62**.



**Figura 62.** Carga total. [Fuente propia]

8. Para terminar el proceso y desconectar la batería correctamente se debe desconectar el cargador de la fuente de alimentación ya que no posee un botón de apagado manual.
9. La batería esta lista para usarse en el proyecto deseado.

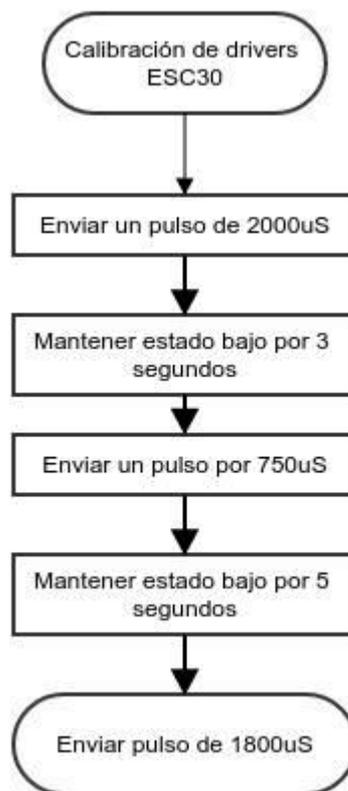
## Anexo B. Diagramas de flujo

Para explicar los códigos que se usan para embeber el modelo dinámico y su validación se muestran los diagramas de flujo de Arduino Matlab, y processing.

Cada uno de estos diagramas cumple con una tarea para el funcionamiento del cuadricóptero, lectura y calibración de sensores, validación del modelo dinámico, comunicación y control del cuadricóptero.

### Arduino

La plataforma Arduino es una herramienta versátil y amigable, es por esta razón que es de gran ayuda para la calibración de la instrumentación, en la **Figura 63** se muestra la calibración de los ESC's; Con esta pequeña rutina se ajusta los ESC's para que estos a su vez controlen el PWM de cada motor, en donde el pulso de 2000us representa el máximo PWM, es decir los motores a su máxima velocidad y el pulso de 750us equivalen al mínimo PWM, ósea la menor velocidad de los motores.



**Figura 63.** Calibración de los ESC's

Una vez obtenida la calibración de los ESC's se procede a sincronizar estos drivers con la MPU, los motores y el RC (**Figura 64**), primero se coloca la palanca

de aceleración al máximo, enseguida se mueve la palanca de dirección para que haga los ángulos de Roll, Pitch y Yaw, esto con el fin de saber si las palancas están invertidas, se coloca la palanca al máximo y al mínimo para saber si el PWM funciona de igual modo. Este proceso se realiza del mismo modo pero ahora con la MPU, girando el cuadricóptero a la derecha, después a la izquierda y por último adelante y atrás, al final toda esta información queda guardada en la EEPROM.

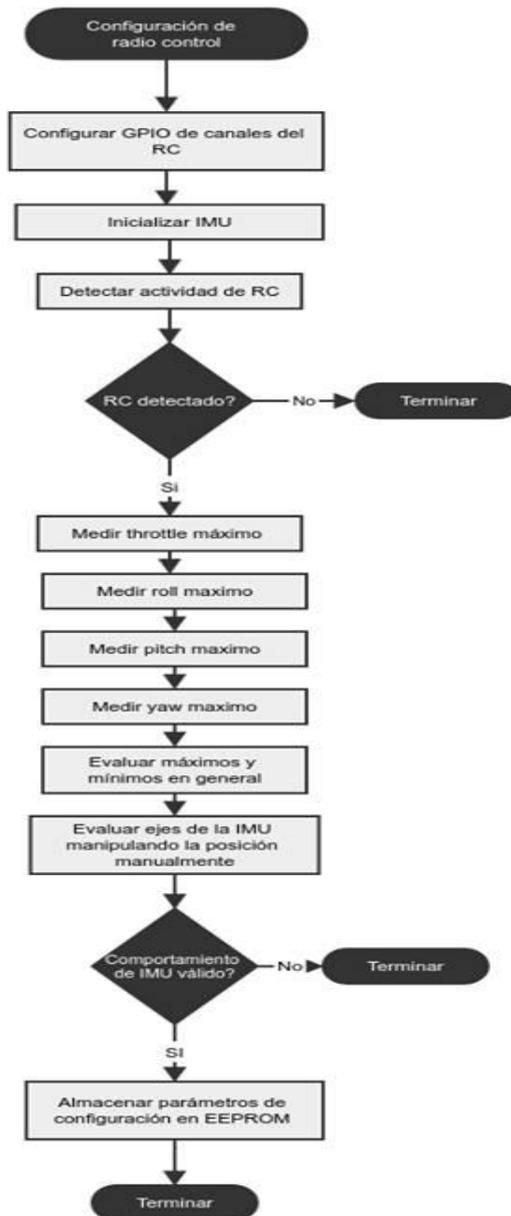
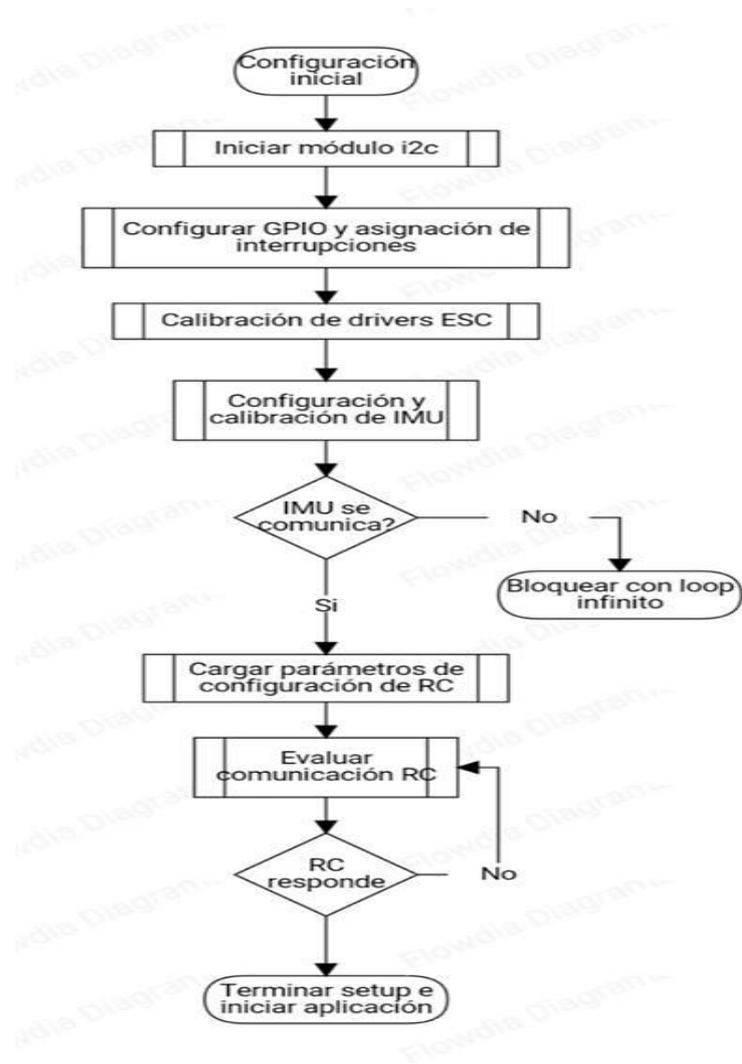


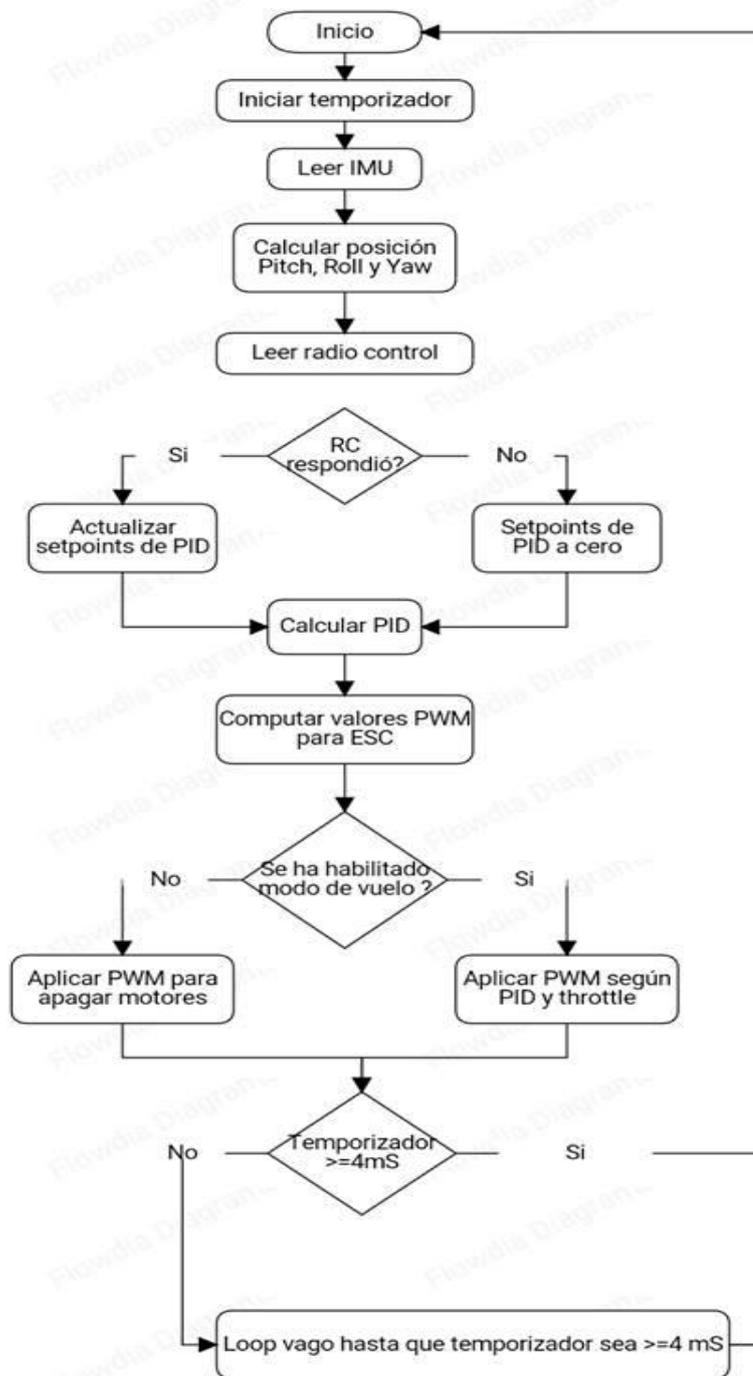
Figura 64. Sincronización. Tomado de [Fuente Propia]

En la Figura 65 se muestra el diagrama de flujo de inicio de la comunicación, la configuración del GPS, la calibración de los drives y de los sensores, y al final se hace la lectura de la RC. Como su nombre lo indica esta configuración solo se realiza al inicio con el cuadricóptero en el suelo y no se repite.



**Figura 65.**Configuración inicial. Tomado de [Fuente Propia]

Después en la **Figura 66** se observa que lo primero que se hace para el control de vuelo es leer la IMU para conocer la posición del cuadricóptero, lo siguiente es leer el radio control para saber dónde el piloto está moviendo el cuadricóptero, con esta información se calculan los PID y se aplica la ecuación del modelo dinámico y se computa el PWM que se le entrega a cada motor.

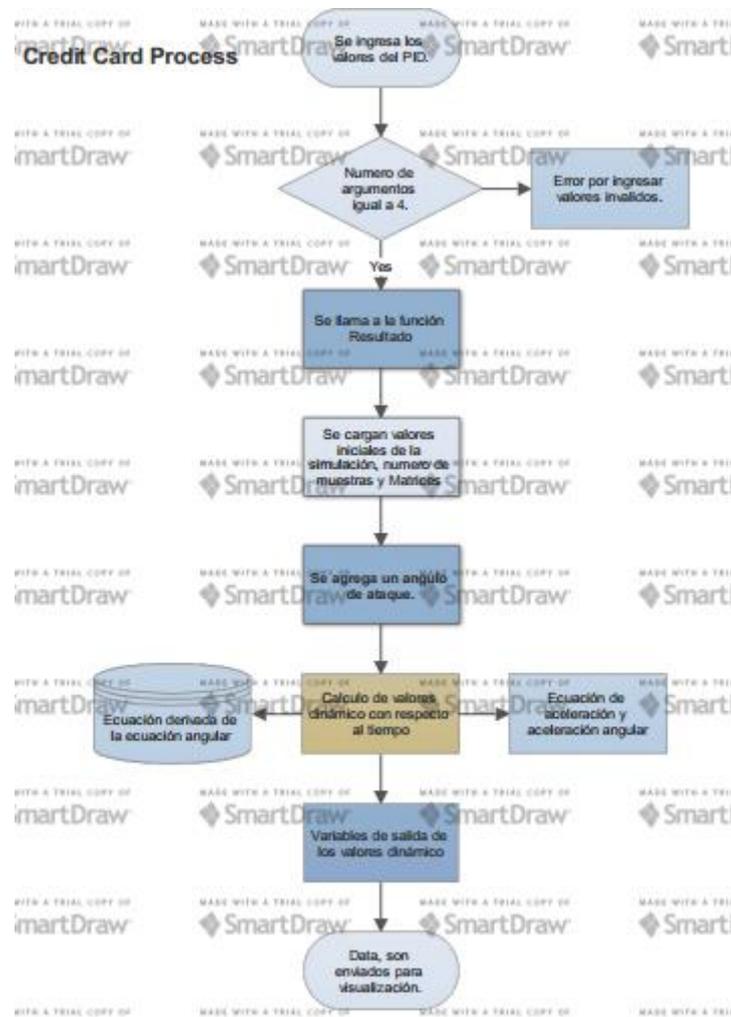


**Figura 66.** Control de vuelo. [Fuente Propia]

## MATLAB

Primero se ingresan los datos del PID, enseguida se ingresa a la función controlador, se cargan los valores iniciales, número de muestras, empieza las matrices en cero, el tiempo, enseguida se cargan las funciones principales, aceleración angular y la derivada, una vez estén cargadas se ponen a oscilar

con los valores dinámicos con los valores definidos y por último se guarda en un vector todos los datos obtenidos y se mandan a la función visualizador, en la **Figura 67** se muestra el respectivo diagrama.

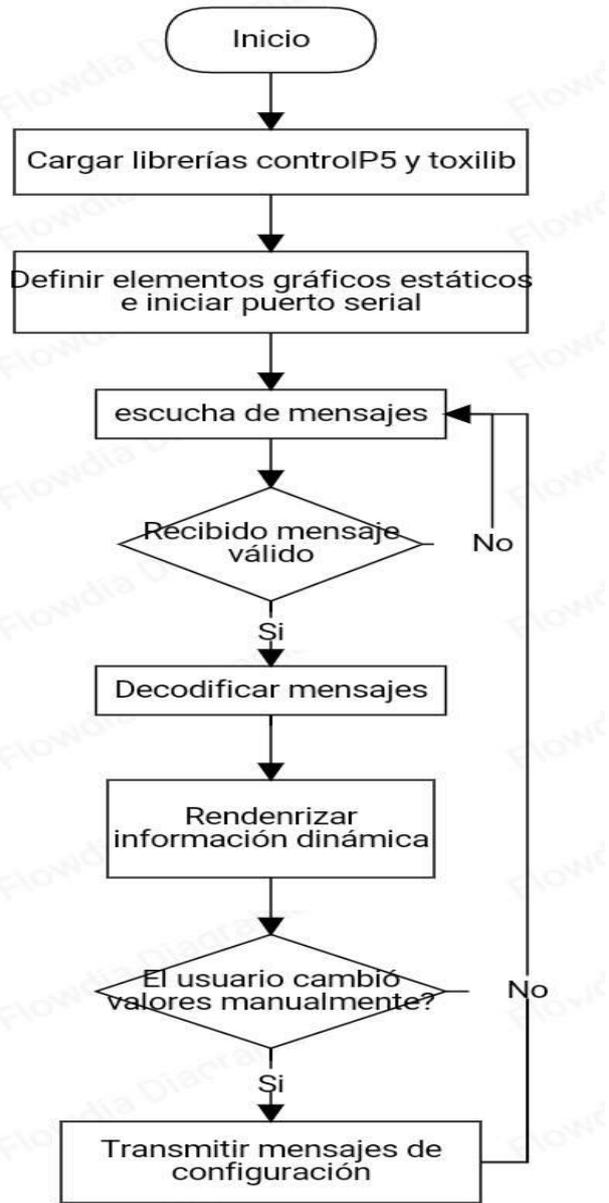


**Figura 67.** Diagrama de flujo MATLAB. [Fuente Propia]

## PROCESSING

En proccesing se realiza la comunicación y captación de datos de la Arduino, también se hace la interfaz para conocer la lectura de los sensores, el PWM de los motores y también se observan las curvas de reacción del PID.

Proccesing define una plataforma gráfica para validar el modelo, en donde se ve más claro la respuesta del cuadricóptero (ver **Figura 68**).



**Figura 68.** Diagrama de flujo Processing. [Fuente Propia]

## Anexo C. GPS

Los Gps o sistema de posición global, sirven para conocer la posición de un objeto en el globo terrestre, con este sistema se pueden conocer las coordenadas del objeto mediante el uso de satélites, esta idea surgió en la fuerza aérea y marina de los estados unidos en 1965, aunque el sistema era muy lento fue de gran interés para realizar más estudios y experimentos que llevaron a la mejora de los GPS actuales [68].

Existen 24 satélites en órbita, sin embargo para conocer las coordenadas de posición solo se necesitan 4 de ellos. Utilizando la triangulación se puede conocer la posición del objeto que se requiere mediante la posición del satélite, la velocidad con que viaja la señal de radio (velocidad de la luz) y el tiempo de envió, este último se obtiene tomando la hora que el satélite registra cuando envía la señal y la hora en la que llega al receptor [67].

Los componentes que conforman el sistema de posición global se dividen en tres segmentos espacial, de control y por último el usuario.

**Segmento espacial:** Este segmento consta de 24 satélites y las señales de radio que emite; Cada satélite recorre la tierra en forma elíptica con un ángulo de  $55^\circ$ , 3 de ellos deben verse con una duración aceptable para conocer su posición y permitir la recepción y emisión de datos, los satélites se encuentran a una distancia de la tierra de unos 20.200 km y la señal de radio tiene una frecuencia de 10'23 MHz.

**Segmento de control:** Conformado por todas las infraestructuras en tierra que controlan los satélites, existen 5 grupos de instalaciones en todo el planeta, estas estaciones tienen unas antenas receptoras muy potentes y precisas que captan las señales que mandan los satélites y también las corrigen si estas están alteradas.

**Segmento usuario:** Es el hardware y software utilizados por el usuario para captar y procesar las señales de los satélites, es decir es el encargo de hacerle conocer al usuario las coordenadas de la posición deseada [84].

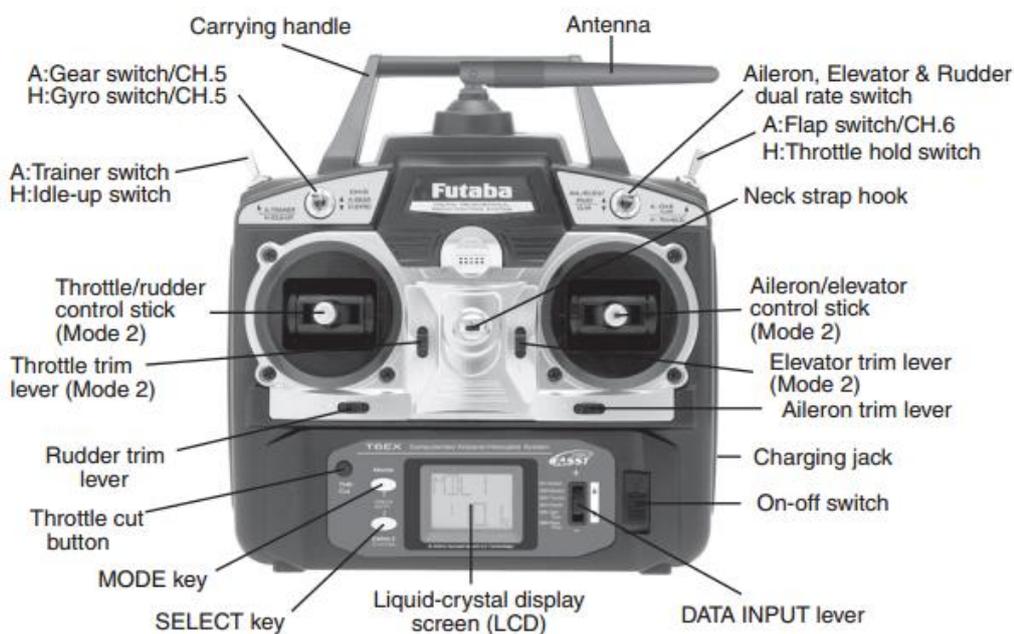
### Funcionamiento

Primero el sistema realiza una triangulación, obteniendo las distancias mediante el tiempo en el que la señal es enviada y el tiempo que tarda en ser recibida; Este tiempo presenta errores la mayoría de las veces debido a diversos factores como las distancias largas o el cambio de atmosfera entre otros, estos errores son corregidos por el segmento de control y por último se calcula la posición del satélite en el espacio [84].

## Anexo D. Funcionamiento de RC y sus partes

Como se mencionó anteriormente en el capítulo 3, el radio control escogido fue el Futaba 6EX-2.4GHz, para el correcto funcionamiento de este equipo es ideal primero utilizar con precaución, evitando tocar la antena mientras transmite, no halar del receptor o colocarlo cerca de los motores, encender primero el transmisor y luego el receptor y muy importante no colocarle pilas secas al transmisor ya que esto ocasiona que se dañe completamente el RC [75].

En la **Figura 69** se observa las partes que componen el transmisor del RC y se da una breve explicación de cada una de ellas.



**Figura 69.** Partes del transmisor. Tomado de [75].

**Interruptor tren/canal 5 (Gear switch/CH.5):** Sirve para accionar el motor conectado al canal 5.

**Interruptor del giróscopo/canal 5 (Gyro switch/CH.5):** Si se conecta un giróscopo se puede hacer uso de él mediante el canal 5 y controlar su sensibilidad.

**Interruptor de enseñanza (Trainer switch):** Este interruptor como su nombre lo indica sirve para entrenar a un piloto, como segundo piloto al mando, mediante un cable que va conectado a otro transmisor que actuaría como piloto principal.

**Interruptor pre aceleración (Idle-up switch):** Sirve para maniobras acrobáticas y simulaciones en 3D.

**Palanca de mando (control stick):** controla los motores del canal 4 y 3.

**Todos los Trim:** Ajusta el neutro o posición central de cada motor, cuando se acciona un trim este se muestra en la **pantalla**.

**Botón de parada:** Para los motores.

**Tecla modo (mode key):** Para pasar de un modo a otro ya sea helicóptero, avión o cualquiera de las 12 opciones que tiene.

**Tecla selección (Select key):** Sirve para ver los valores del modo seleccionado.

**LCD (Liquid cristal display):** Pantalla de menú de programación y valores.

**Palanca de introducción de datos (DATA INPUT lever):** Cambia los valores mostrados en la LCD.

**Interruptor principal (on/off switch):** Botón de encendido y apagado de la emisora.

**Enchufe de carga (charging jack):** Carga las baterías del transmisor.

**Palanca de mando:** Acciona los motores del canal 1 y 2.

**Interruptor bloqueo de motor (Throttle hold switch):** Mantiene el motor en ralentí, usado para rotaciones.

**Interruptor flap/canal 6 (flap switch/CH.6):** Acciona el motor conectado al canal 6.

**Interruptor dual rates de alerones, profundidad y dirección (ailerons, elevator and rudder dual rate switch):** Accionar bajo para un recorrido menor y alto para uno mayor.

**Antena (antenna):** Manda las señales al receptor, esta debe estar de forma vertical al transmisor [75].

### **Comprobación del alcance de radio**

Primero se selecciona la tecla mode y se enciende la emisora, lo siguiente es alejar el receptor del transmisor de 30 a 50 pasos observando los leds, el rojo tiene que parpadear y el verde tiene que estar encendido, después se repiten los pasos anteriores pero esta vez con los motores encendidos con la palanca al mínimo y después al máximo, si todo está bien estos arrancan sin hacer ningún ruido extraño [75].

## Anexo E. Normatividad de vuelo para Drones

Los Drones en general están regidos por una normatividad, con el fin de evitar accidentes y daños a terceros, es por esto que existen organismos de control de tráfico aéreo, los principales son FAA y EASA, en general las normas se basan en los siguientes principios [32]:

- Volar en espacios acotados y sin peligro para las personas
- Cumplir con los requisitos mínimos que garanticen en la seguridad para su fabricación, mantenimiento y operación.

La FAA tiene entre su normativa los siguientes puntos:

- Mantener contacto visual con la nave.
- Restricción en el uso de aeronave fuera del espacio aéreo no controlado.
- Volar en zonas no problemáticas.

En Latinoamérica ya se han creado algunas regulaciones para el uso de UAV, Brasil, Chile, Argentina y México son los países pioneros en Latinoamérica. En el 2013 Brasil empezó los diálogos de regulación para UAV's por medio de la ANAC; En México para el mismo año entro en rigor la circular obligatoria para la operación de los AUV's. Por su parte Colombia junto con la Unidad Administrativa Especial Aeronáutica Civil (UAEAC), ente encargado de emitir las normativas para las aeronaves, velar por la seguridad e integridad de las personas y propiedades, creo la RAC (Reglamentos Aeronáuticos de Colombia), pero este reglamento no tiene coherencia en cuanto a medidas de una UAV real [85].

Entre las normativas más importantes de la circular reglamentaria N° 002 está la identificación y etiquetado de los UAV's, contratación de pólizas que cubran daños a terceros, distancias mínimas de operación, requisitos para pilotos y pesos de carga [86].

A continuación se muestra la circular reglamentaria N° 002 del 27 de Julio del 2015:

1. PROPÓSITO: La presente circular tiene como propósito ampliar la información e impartir instrucciones de cumplimiento en referencia a los requisitos de Aeronavegabilidad y Operaciones necesarios para obtener permiso de acuerdo a lo establecido en el numeral 4.25.8.2 de los Reglamentos Aeronáuticos de Colombia (RAC), en lo relacionado con la realización de operaciones de Sistemas de aeronaves pilotadas a distancia - RPAS diferentes a las de recreación y deporte.

2. **APLICABILIDAD:** Esta circular aplica a cualquier persona (natural o jurídica) u organizaciones gubernamentales civiles interesadas en efectuar operaciones en el espacio aéreo colombiano con aeronaves pilotadas a distancia RPA, con fines diferentes a los de recreación y deporte. Las instrucciones establecidas en esta circular tienen por finalidad proteger a las aeronaves tripuladas de eventuales riesgos de colisión con una aeronave no tripulada, así como evitar daños a la integridad física, vida y bienes de terceros en la superficie. Las operaciones autónomas, en el ambiente civil, haciendo uso de Vehículos Aéreos Autónomos de cualquier peso están prohibidas, independiente de cuál sea su finalidad. Las realizaciones de operaciones RPAS de recreación y deporte deberán obtener una autorización expresa de la UAEAC, sólo cuando el explotador de RPAS requiera una desviación de cualquiera de las limitaciones o de las reglas de operación establecida en los RAC numerales 4.25.8 y siguientes. Nota. Es de aclarar que en el país las operaciones RPAS relacionadas con recreación y deporte, están sometidas a lo establecido en los numerales de 4.25.8 y siguientes de los Reglamentos Aeronáuticos de Colombia - RAC y no les aplica lo establecido en esta Circular; siempre y cuando se mantengan dentro de las condiciones establecidas para este tipo de operaciones.

3. **DEFINICIONES Y ABREVIATURAS:**

**Aeronave.** Toda máquina que puede sustentarse en la atmósfera por reacciones del aire que no sean las reacciones del mismo contra la superficie de la tierra.

**Aeronave pilotada a distancia (RPA).** Aeronave no tripulada que es pilotada desde una estación de pilotaje a distancia.

**Aeródromo.** Área definida de tierra o de agua (que incluye todas sus edificaciones, instalaciones y equipos) destinada total o parcialmente a la llegada, salida y movimiento en superficie de aeronaves.

**Altitud.** Distancia vertical entre un nivel, punto u objeto considerado como punto y el nivel medio del mar (MSL).

**Altura.** Distancia vertical entre un nivel, punto u objeto considerado como punto y una referencia especificada.

**Área congestionada.** En relación con una ciudad, aldea o población, toda área muy utilizada para fines residenciales comerciales o recreativos.

**Autorización del control de tránsito aéreo.** Autorización para que una aeronave proceda en condiciones especificadas por una dependencia de control de tránsito aéreo.

**Condiciones meteorológicas de vuelo visual (VMC).** Condiciones meteorológicas expresadas en términos de visibilidad, distancia desde las nubes y techo de nubes, iguales o mejores que los mínimos especificados.

**Detectar y evitar.** Capacidad de ver, captar o detectar tránsito en conflicto u

otros peligros y adoptar las medidas apropiadas para cumplir con las reglas de vuelo aplicables.

**Enlace de mando y control (C2).** Enlace de datos entre la aeronave pilotada a distancia y la estación de pilotaje a distancia para fines de dirigir el vuelo.

**Estación de pilotaje a distancia (RPS).** El componente del sistema de aeronave pilotada a distancia (RPAS) que contiene el equipo que se utiliza para pilotar una aeronave a distancia.

**Explotador de RPAS.** Persona (natural o jurídica) que ostenta la propiedad de una aeronave RPA, que se dedica por cuenta propia a la explotación de aeronaves RPA. Nota. En el contexto de las aeronaves pilotadas a distancia, la explotación de una aeronave incluye al sistema de aeronave pilotada a distancia.

**Información de tránsito.** Información expedida por una dependencia de servicios de tránsito aéreo para alertar al piloto sobre otro tránsito conocido u observado que pueda estar cerca de la posición o ruta previstas de vuelo y para ayudar al piloto a evitar una colisión.

**Información meteorológica.** Informe meteorológico, análisis, pronóstico y cualquier otra declaración relativa a condiciones meteorológicas existentes o previstas.

**Observador RPA.** Una persona capacitada y competente, designada por el explotador de RPAS, quien mediante observación visual de la aeronave pilotada a distancia, ayuda al piloto a distancia en la realización segura del vuelo.

**Operación autónoma.** Una operación durante la cual se vuela sin intervención de piloto en la gestión del vuelo.

**Operación con visibilidad directa visual (VLOS).** Operación en la cual el piloto a distancia u observador RPA mantiene contacto visual directo sin ayudas con la aeronave pilotada a distancia.

**Piloto a distancia.** Persona designada por el explotador de RPAS para desempeñar funciones esenciales para la operación de una aeronave pilotada a distancia y para operar los controles de vuelo, según corresponda, durante el tiempo de vuelo.

**Sistema de aeronave pilotada a distancia (RPAS).** Aeronave pilotada a distancia (RPA), su estación o sus estaciones conexas de pilotaje a distancia, los enlaces requeridos de mando y control, y cualquier otro componente según lo especificado en el diseño de tipo. (Subconjunto de UAS)

**Vehículo aéreo autónomo.** Aeronave perteneciente al conjunto de sistema de aeronave no tripulada (UAS), que no permite la intervención del piloto en la gestión de vuelo.

**Zona prohibida.** Espacio aéreo de dimensiones definidas sobre el territorio o las aguas jurisdiccionales de un Estado, dentro del cual está prohibido el vuelo de las aeronaves.

**Zona restringida.** Espacio aéreo de dimensiones definidas sobre el territorio o las aguas jurisdiccionales de un Estado, dentro del cual está restringido el vuelo de las aeronaves, de acuerdo con determinadas condiciones especificadas.

#### **SIGLAS Y ABREVIATURAS**

**ATM:** Gestión de tránsito aéreo - Air traffic management

**ANS:** Servicios a la Navegación Aérea - Air Navigation Services

**FPV:** Visión en primera persona - First Person View

**MSL:** Nivel Medio del Mar - Mean Sea Level

**RPA:** Aeronave pilotada a distancia - Remotely-piloted aircraft

**RPAS:** Sistema de Aeronave Piloteada a Distancia - Remotely-piloted aircraft system

**SRVSOP:** Sistema Regional de Cooperación para la Vigilancia de la Seguridad Operacional

**UAEAC:** Unidad Administrativa Especial de Aeronáutica Civil

**UAS:** Sistema(s) de aeronave(s) no tripulada(s) - Unmanned aircraft system(s)

Nota: Las expresiones: UAV, UAS, RPA, RPAS, ART, VANT, ORON o ORONE, se refieren a un mismo concepto, independientemente de su principio de vuelo o propulsión.

#### 4. ANTECEDENTES

De conformidad con el Artículo 2 del Decreto 260 de 2004, La Unidad Administrativa Especial de Aeronáutica Civil es la autoridad en materia aeronáutica en todo el territorio nacional y le compete regular, administrar, vigilar y controlar el uso del espacio aéreo colombiano por parte de la aviación civil. Mediante Resolución 05545 de diciembre 26 de 2003, la Unidad Administrativa Especial de Aeronáutica Civil, en su condición de autoridad aeronáutica, adoptó disposiciones para la aviación deportiva, estableciendo además, que la operación de cualquier equipo de vuelo no tripulado radio controlado, con fines no deportivos tales como teledetección, fotografía o televisión, estaría sometida a las mismas disposiciones y limitaciones propias de los aeromodelos deportivos. (Numerales RAC 4.25.8. y 4.25.8.2.). La ORGANIZACIÓN DE AVIACIÓN CIVIL INTERNACIONAL - OACI considera que debido a que varios Estados de la Región Latinoamericana se encuentran fabricando aeronaves pilotadas a distancia (RPA) y desarrollando sus marcos reglamentarios, el Sistema Regional de Cooperación para la Vigilancia de la Seguridad Operacional SRVSOP, consciente que la Región debería adoptar un enfoque armonizado en cuanto a la elaboración de reglamentos, ha iniciado la planificación para el desarrollo de requisitos RPAS en los diferentes conjuntos LAR, para lo cual ha establecido un mapa de ruta por un plazo de 6 años (entre los años 2012 y 2018). En el año 2011 OACI establece su visión sobre los UAS y se la comunica a los Estados

mediante la Circular 328, considerándolos como un nuevo componente del sistema aeronáutico, que como Estados debemos comprender, definir e integrar. Que el resultado de una normatividad adecuada finalmente será para abrir nuevas posibilidades de aplicaciones comerciales civiles. Sabe también la OACI que la integración nos llevará un buen tiempo, por lo que es necesario la colaboración, el conocimiento y la experiencia de los interesados para el desarrollo de este nuevo marco normativo RPAS, el cual deberá incluir requerimientos generales para los temas de licencias del personal, aeronavegabilidad (mantenimiento), operación, certificación, tecnologías de vigilancia, manejo de espectros de frecuencia, manejo del espacio aéreo, entre otros. Respecto al avance normativo, OACI recomendó que a partir de noviembre de 2012 se aplicara la Enmienda 13 al Anexo 13 (10° edición) - Investigación de accidentes e incidentes de aviación, para incluir en las definiciones los sistemas de aeronaves no tripuladas. Así mismo el 7 de marzo de 2012 se adoptó la Enmienda 43 del Anexo 2 - Reglamento del Aire y la Enmienda 6 del Anexo 7 - Marcas de nacionalidad y matrícula de las aeronaves. Estas enmiendas son aplicables a partir del 15 de noviembre de 2012. Ambas Enmiendas han sido desarrolladas en relación con los RPAS, a fin de incorporar estándares y prácticas recomendadas a las aeronaves no tripuladas. Sigue pendiente el desarrollo de los Anexos 1, 6 Y 8 de OACI. Teniendo en cuenta que Colombia a partir del 27 de julio de 2011 ingresó al Sistema Regional de Cooperación para la Vigilancia de la Seguridad Operacional (SRVSOP), acorde con los estándares propuestos para la región en lo relacionado con el desarrollo de una normativa para RPAS (subconjunto de UAS), define y firma las políticas para su desarrollo, las cuales fueron revisadas y publicadas el 5 de mayo 2014 (Oficio No. 5102.109.14-2014010749), estas políticas definen tareas generales para las diferentes dependencias de la UAEAC e informa e invita a participar a las diferentes partes interesadas en el desarrollo de un nuevo marco normativo para el país. Así mismo el SRVSOP en la Junta General (JG-27) en Guatemala, plantea acelerar la evaluación de riesgos en los Estados por la operación inminente de dichos vehículos aéreos, proponiendo un proyecto de reglamento provisorio y demás medidas, los Estados que componen el SRVSOP definieron equipos de trabajo y puntos focales e inician las reuniones virtuales para su desarrollo. No obstante lo anterior, en el país se ha venido presentando un interés importante por el uso de los RPAS, por lo que se han atendido reuniones con la Asociación de Aeronaves remotamente tripuladas de Colombia, empresarios interesados, entidades gubernamentales y las diferentes Fuerzas Militares, así mismo se han recibido solicitudes de información, lo cual hace necesario aclarar y ampliar el alcance de los requisitos generales establecidos en el numeral RAC 4.25.8.2 "Otras operaciones" para contribución de la seguridad aérea nacional.



## Anexo F. Primer Estructura del cuadricóptero

Antes de la obtención del modelo dinámico del cuadricóptero que se realizó, primero se trabajó con la estructura que se muestra en la **Figura 70**.

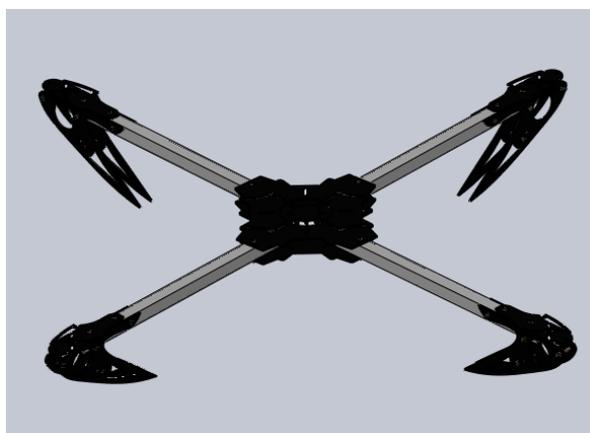


**Figura 70.** Primer cuadricóptero. Tomado de [Fuente Propia]

### Marco o base

La base de este cuadricóptero está hecha de aluminio en forma de x, tiene una placa central donde están montados los componentes electrónicos, tiene cuatro brazos y al final de los mismos tiene los soportes en los cuales están montados los motores.

En la **Figura 71** se aprecia la base del cuadricóptero.



**Figura 71.** Base del primer cuadricóptero

Los brazos de aluminio del cuadricóptero son huecos, para que la estructura sea más liviana, la placa central y el soporte están hechos de fibra de carbono, el beneficio de esta fibra es que absorbe mejor las vibraciones.

En la Tabla 20, se observan las especificaciones del marco o base de este cuadricóptero.

**Tabla 20.** Especificaciones de la base X525-V3 [Fuente propia]

<b>Especificaciones</b>	<b>Medidas</b>
Longitud de motor a motor en diagonal	60 cm
Longitud de motor a motor en recta	40 cm
Peso del marco total	250g

### **Base para pruebas**

Debido a las especificaciones de vuelo, fue necesario realizar la base de pruebas, de tal manera que el cuadricóptero se encontrara en el punto centro de la base, así se garantiza que quede en equilibrio y los valores de empuje de cada motor sean correctos. Para ello se usó tubos de lámina pesados para la base que está en contacto con el piso, puesto que esta estará fija, en el centro de esta se posiciono un diafragma de una silla reclinable, que permite un movimiento de ascenso y un movimiento de descenso, anclada con amarras plásticas en sus dos extremos, tanto para la base como para el efector final donde va el cuerpo del cuadricóptero, este efector permite al cuadricóptero girar 360 grados en su propio eje, también permite inclinaciones en cualquier ángulo deseado (ver **Figura 72**).



**Figura 72.** Base para pruebas. [Fuente Propia]

En la Tabla 21 se muestran las especificaciones de la base para el banco de pruebas y en la se muestra la base construida.

**Tabla 21.** Especificaciones de la primera base. [Fuente Propia]

<b>Especificaciones</b>	<b>Medidas</b>
Altura diafragma	25 cm
Rotor	360°
Peso total	6 Kg

Para el segundo cuadricóptero se cambió todo el bloque mecánico, expuestos anteriormente, es decir el marco y la base para el banco de pruebas, lo demás se siguió utilizando en el segundo cuadricóptero con excepción de que a el segundo modelo se le agrego un magnetómetro, para conocer la altura del Drone, un GPS y un radiocontrol para poder volar el segundo cuadricóptero de mejor manera, también se hizo necesaria una segunda Arduino para poder controlar la parte de vuelo y la otra que hiciera la telemetría.