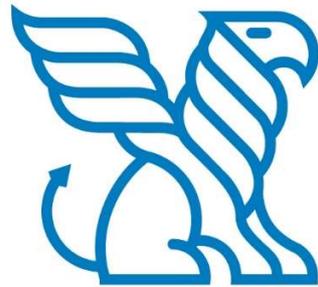


**Estructuración de un Portafolio de Inversiones que Permita Optimizar el Rendimiento de
Los Agentes Económicos. Una Aplicación al Mercado Colombiano**

Marcela Ramírez

Paula Andrea Parra Torres



Uniautónoma
DEL CAUCA

Corporación Universitaria Autónoma del Cauca
Facultad de Ciencias Administrativas, Contables y Económicas
Programa de Finanzas y Negocios Internacionales
Popayán
2019

**Estructuración de un Portafolio de Inversiones que Permita Optimizar el Rendimiento de
Los Agentes Económicos. Una Aplicación al Mercado Colombiano**

**Marcela Ramírez
Paula Andrea Parra Torres**

**Trabajo De Grado Presentado Como
Requisito Parcial Para Optar Al Título De
Profesional en Finanzas y Negocios Internacionales**

**Director
Esp. Camilo Andrés Pérez Pacheco.**

**Corporación Universitaria Autónoma del Cauca
Facultad De Ciencias Administrativas, Contables y Económicas
Programa de Finanzas y Negocios Internacionales
Popayán
2019**

NOTA DE ACEPTACIÓN

El director y Jurados del Trabajo titulado “Estructuración de un Portafolio de Inversiones que Permita Optimizar el Rendimiento de Los Agentes Económicos. Una Aplicación al Mercado Colombiano.”, elaborado por Marcela Ramírez y Paula Andrea Parra Torres, una vez revisado el escrito final y aprobada la sustentación de este autorizan para que realicen las gestiones administrativas correspondientes a su título profesional.

Esp. Camilo Andrés Pérez Pacheco

Director

Mg. Alexander Cuero Hurtado

Jurado

Mg. Paola Andrea Meneses Muñoz

Jurado

Popayán, octubre de 2020.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos principalmente a Dios, por permitirnos haber llegado hasta esta etapa y por bendecirnos cada día de nuestras vidas con salud y darnos fuerza espiritual para continuar con este proceso, gracias a nuestros padres que con todo su esfuerzo y sacrificio nos han brindado la oportunidad de estudiar, nos han dado ejemplo de valentía, honradez y de no desfallecer en los momentos más difíciles de nuestra carrera, ellos quienes siempre estuvieron brindándonos todo ese apoyo incondicional, que confiaron en nosotras y creyeron que íbamos a salir adelante a pesar de todas las adversidades que en algún momento tuvimos que pasar, que con sus palabras de aliento, su comprensión y amor absoluto nos daban motivación y ánimo para no olvidar nuestro objetivo principal, esperamos que algún día estén tan orgullosos de nosotras como lo estamos de ustedes, también queremos expresar gratitud a nuestro tutor de tesis, Camilo Andrés Pérez Pacheco, quien nos ha tenido paciencia y ha estado presente para orientarnos en todo este transcurso, pues su ayuda ha sido sumamente importante para culminar este proyecto con éxito, queremos agradecer a los docentes que nos han enriquecido de conocimiento durante todos estos años, que nos han instruido y nos han contribuido con su enseñanza, a la Corporación Universitaria Autónoma del Cauca que nos han prestado sus instalaciones para empaparnos de conocimiento, a nuestros compañeros quienes se han convertido en nuestros amigos, gracias por cada momento y experiencia que vivimos juntos a lo largo del pregrado, gracias porque hicieron del aula de clase un lugar lleno de armonía y diversión, marcaron nuestras vidas para siempre de una manera positiva.

DEDICATORIA

Queremos dedicar este trabajo de grado a nuestros padres, los principales inspiradores de nuestros sueños y anhelos, quienes nos motivaron constantemente a continuar con nuestras metas, aquellos que nos han apoyado incondicionalmente en este largo camino con los recursos y las herramientas necesarias para seguir adelante y quienes nos inculcaron que la educación, la honestidad, dedicación, el trabajo duro y con entrega son primordiales en la formación de un gran profesional, también lo dedicamos a todas las personas que creyeron en nosotras e hicieron parte de nuestro desarrollo como personas, y que siempre estuvieron presentes, brindándonos fuerzas, palabras de aliento, y demostrándonos su apoyo sobre todo durante este proceso para culminar este proyecto satisfactoriamente.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO 1 PROBLEMA	3
1.1. Planteamiento del problema	3
1.2. Justificación	4
1.3. Objetivos	5
1.3.1. Objetivo general	5
1.3.2. Objetivo específico	5
CAPITULO 2 Marco teorico	7
2.1. Antecedentes	7
2.2. Bases teóricas	14
2.2.1. Teoría de portafolios	15
CAPITULO 3 Metodologia	20
3.1. Descripción de instrumentos	20
3.1.1. Rentabilidad del título	20
3.1.2. riesgo del título	21
3.1.3. Conformación del Portafolio	23
3.1.4. rendimiento esperado del portafolio	25
3.1.5. riesgo del portafolio	25
3.2. Datos	26
3.2.1. Corporación Financiera Colombiana S.A.	28
3.2.2. Mineros S.A.	32
3.2.3. Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	36
3.2.4. Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.	39
3.2.5. Banco de Bogotá.	43
3.2.6. Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.	46
3.2.7. Grupo Bolívar S.A.	49
3.2.8. Banco de Occidente S.A.	51
CAPITULO 4 Resultados	53
4.1. Escenarios para la conformación del portafolio eficiente.	57

4.1.1.	Portafolio de mínima varianza	58
4.1.2.	Portafolio de Máxima Rentabilidad.	59
CAPITULO 5 Conclusiones		62
Bibliografía		63

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Selección de empresas.	28
Tabla 2. Holders Corporación Financiera Colombiana S.A.	28
Tabla 3. Holders Mineros S.A.	32
Tabla 4. Holders Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	36
Tabla 5. Holders Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.....	40
Tabla 6. Holders Banco de Bogotá.	43
Tabla 7. Holders Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.	46
Tabla 8. Holders Grupo Bolívar SA.	49
Tabla 9. Holders Banco de Occidente S.A.	51
Tabla 10. Rentabilidad mensual (R_i) y Probabilidad de Ocurrencia (P_i).	53
<i>Tabla 11. Rentabilidad Esperada (R_i) y Desviación Estándar Promedio Mensual</i>	54
<i>Tabla 12. Matriz de Varianzas y Covarianzas</i>	55
<i>Tabla 13. Matriz de Correlaciones</i>	56
<i>Tabla 14. Proporción de participación. Portafolio 1</i>	57
<i>Tabla 15. Proporción de participación Mínima Varianza.</i>	58
<i>Tabla 16. Proporción de participación Máxima Rentabilidad.</i>	59
<i>Tabla 17. Resultados por Escenarios.</i>	60
<i>Tabla 18. Ratio Riesgo- Rentabilidad.</i>	61

LISTA DE ILUSTACIONES

	Pág.
Ilustración 1. Aplicación de Filtro de Acciones. Función EQS Bloomberg.....	27
Ilustración 2. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Corporación Financiera Colombiana S.A.	29
Ilustración 3. Target Price de Analistas de Corporación Financiera Colombiana S.A.....	30
Ilustración 4. Comportamiento de Acción Corporación Financiera Colombiana S.A. vs. COLCAP Index and S&P Index	31
Ilustración 5. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Acción Corporación Financiera Colombiana S.A.	31
Ilustración 6. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Mineros S.A.	33
Ilustración 7. Target Price de Analistas de Mineros S.A.....	34
Ilustración 8. Comportamiento de Acción Mineros S.A vs. COLCAP Index and S&P Index....	34
Ilustración 9. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Mineros S.A.....	35
Ilustración 10. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	37
Ilustración 11. Target Price de Analistas de Grupo Aval Acciones y Valores S.A.....	37
Ilustración 12. Comportamiento de Acción Grupo Aval Acciones y Valores S.A. vs. COLCAP Index and S&P Index	38
Ilustración 13. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	39
Ilustración 14. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.....	40

Ilustración 15. Target Price de Analistas de Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.	41
Ilustración 16. Comportamiento de Acción Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P. vs. COLCAP Index and S&P Index	42
Ilustración 17. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.....	43
Ilustración 18. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Banco de Bogotá.	44
Ilustración 19. Target Price de Analistas de Banco de Bogotá.....	45
Ilustración 20. Comportamiento de Acción Banco de Bogotá. vs. COLCAP Index and S&P Index	45
Ilustración 21. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.	46
Ilustración 22. Target Price de Analistas de Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.....	47
Ilustración 23. Comportamiento de Acción Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. vs. COLCAP Index and S&P Index	48
Ilustración 24. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.....	49
Ilustración 25. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Grupo Bolívar SA	50
Ilustración 26. Comportamiento de Acción Grupo Bolívar SA. vs. COLCAP Index and S&P Index	50
Ilustración 27. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Banco de Occidente S.A.	52

Ilustración 28. Comportamiento de Acción Banco de Occidente S.A. vs. COLCAP Index and S&P Index.....	52
Ilustración 29. Frontera Eficiente de Portafolios Posibles.....	60

RESUMEN

Este proyecto realiza un estudio comparativo a empresas colombianas que cotizan en la BVC con el fin de estructurar un portafolio de inversión, de esta manera determinamos cuál es el más óptimo, teniendo en cuenta los rendimientos de los inversores, para llevar esto a cabo se utilizaron las tácticas de selección y análisis de empresas del reconocido empresario e inversor Warren Buffet, se usó como herramienta de consulta para la discriminación de las empresas el sistema Bloomberg, usando un filtro considerando 5 criterios de selección, dando como resultado 8 empresas, con base a los datos obtenidos se calcula el rendimiento y el riesgo esperado del portafolio, para que de esta manera se puedan medir los cambios en cuanto a las relaciones de dependencia del portafolio buscando una diversificación óptima, se tomó información de las cotizaciones mensuales del precio de cierre de las acciones respecto a los tres años estudiados (2017-2019), Los resultados permiten inferir que la acción que obtuvo mayor rentabilidad esperada fue Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. con un 1,72% mensual, pero así mismo tuvo la tercera desviación estándar más alta del grupo de acciones con un 5.697% mensual, mientras que por otro lado, Banco de Occidente S.A. tuvo un comportamiento positivo con una rentabilidad esperada de 0,0891% y además su desviación estándar fue tan solo del 1,73% siendo esta la más baja del grupo. Se concluye que, con respecto a la simplificación de la Ratio de Sharpe, las estimaciones de rentabilidad y riesgo, la cartera del escenario 1 sería la escogida, con un valor de Sharpe ratio 0.3574, una rentabilidad mensual de 0.92% y un nivel de riesgo 2.572%; siendo la cartera que mejor se ajusta a la rentabilidad teniendo en cuenta el riesgo asumido.

Palabras claves: Teoría de Markowitz, Portafolios, Riesgo, Elección Eficiente.

ABSTRACT

This project carries out a comparative study of Colombian companies listed on the BVC in order to structure an investment portfolio and thus determine which is the most optimal, taking into account the returns of investors, to carry this out, the Selection and analysis of companies tactics of the renowned businessman and investor Warren Buffet, the Bloomberg system was used as a query tool for the discrimination of companies, using a filter considering 5 selection criteria, resulting in 8 companies, based on the obtained data, the yield and the expected risk of the portfolio are calculated, so that in this way the changes regarding the dependency relationships of the portfolio can be measured looking for an optimal diversification, information is taken from the monthly quotes of the closing price of the actions with respect to the three years studied (2017-2019), The results allow us to infer that the action obtained the highest expected profitability was Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. with 1.72% monthly, but also had the third highest standard deviation of the group of shares with 5.697% monthly, while on the other hand, Banco de Occidente S.A. It had a positive behavior with an expected return of 0.0891% and also its standard deviation was only 1.73%, this being the lowest in the group. It is concluded that, with respect to the simplification of the Sharpe Ratio, the profitability and risk estimates, the portfolio of scenario 1 would be the chosen one, with a Sharpe ratio value of 0.3574, a monthly return of 0.92% and a level of risk. 2,572%; being the portfolio that best adjusts to profitability taking into account the risk assumed.

Keywords: Markowitz Theory, Portfolios, Risk, Efficient Choice.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo realiza un estudio de la composición de portafolios optando por un modelo el cual especifica el riesgo y los beneficios que se pueden obtener de este. Un Portafolio de inversiones es un instrumento de distintos tipos de inversión los cuales presentan un comportamiento diferente dependiendo de su segmento, el mercado de valores es el ente donde se mueven las inversiones dentro del sistema financiero y ha estado replanteando como organizar portafolios para una correcta ejecución de las inversiones, en cuanto al mercado colombiano ha aumentado su tamaño, haciendo posible que los agentes económicos tengan más opciones a la hora de invertir, por ello los inversionistas se ven obligados a crear estrategias de crecimiento y de incrementar su capital optimizando sus rendimientos y ajustando su rentabilidad a un nivel de riesgo ajustado, con base a lo anterior es necesario incorporar una alternativa de inversión eficiente para la composición del mercado accionario colombiano, con el fin de ayudar a los agentes económicos en la toma de decisiones brindando una opción favorable para mejorar el rendimiento de sus carteras.

Se eligió este tema porque existe un gran arraigo frente a la educación financiera y que hoy en día es mucho más fácil invertir y hacer parte del mercado de valores: las personas piensan que necesitan inversiones grandes y que muchas veces son muy arriesgadas, el mercado de valores y las sociedades administradoras de valores están intentando cambiar este pensamiento. Otra motivación que se pretende con este proyecto es presentarles a las personas una cultura financiera en la que mientras ahorran puedan pertenecer a fondos donde su dinero tenga mejores ingresos, puede ser en fondos colectivos (FIC) y no dentro de una cuenta bancaria o como se dice coloquialmente bajo el colchón.

Para el desarrollo de la investigación se utilizó como herramienta la terminal de Bloomberg , este instrumento es proporcionado por la Corporación Universitaria Autónoma del Cauca y fue clave para culminar este proyecto con éxito, mediante Bloomberg se logró poner en práctica los métodos y conocimientos obtenidos a lo largo de la carrera, en donde se aplicaron estrategias utilizadas por Warren Buffet para seleccionar las empresas con ayuda de un filtro que suministra el sistema terminal Bloomberg se tomaron en cuenta cinco (5) criterios diferentes para llevar a cabo la elección, fueron 8 empresas las que se escogieron como objeto de estudio, calculando el rendimiento y el riesgo esperado del portafolio para buscar una óptima diversificación y de esta manera se logra validar la teoría de Markowitz en la que se diversifica el portafolio en diferentes entes para un menor riesgo.

Los objetivos dentro de esta investigación son, realizar una planeación de selección óptima, para elegir las empresas que conformaran el portafolio así mismo se analizara otro tipo de estudio comparativo mediante las herramientas de análisis fundamental y técnico con las empresas seleccionadas en distintos campos.

CAPITULO 1 PROBLEMA

1.1. Planteamiento del problema

La economía global incluye, según Castells (1999) en su núcleo fundamental la globalización de los mercados financieros, pues, en su comportamiento determina los movimientos de capital, monedas, crédito y de esta forma las economías nacionales, dado que, durante las últimas décadas se ha podido erigir desde la generación de un sistema tecnológico de información, telecomunicaciones y transporte, que ha articulado todo el planeta en una red de flujos en las que confluyen las funciones y unidades de todos los ámbitos de la actividad humana.

Dicho fenómeno, es resultado de “la capacidad de ciertas actividades de funcionar como unidad en tiempo real a escala planetaria” (Castells, 1999), de esta manera se articula el desarrollo y creación de nuevos productos financieros que logran hacer un establecimiento de una interdependencia natural a través de transacciones electrónicas de miles de millones de dólares en segundos.

Dado lo anterior, el nuevo milenio ha permitido que cambie la forma cómo los agentes económicos deben afrontar la solución de necesidades dentro del mercado, logrando que se replantee la forma en cómo se debe planificar las estrategias de crecimiento y posicionamiento para el futuro y es así como, lograr una óptima gestión del valor, traerá consigo grandes réditos en el cumplimiento de las metas propuestas en la maximización del objeto básico financiero.

Siendo así, el mercado de valores brinda una amplia variedad de opciones de inversión con diferentes combinaciones de rendimientos que, en la actualidad los agentes económicos

pueden utilizar con el fin de incrementar su capital, ajustando su rentabilidad a un nivel de riesgo ajustado.

A nivel internacional, son muchos los casos de inversionistas que colocan su capital a los devenires del mercado bursátil. Mientras, por el contrario, de acuerdo Mejía Carvajal, Scielo, (2002) En “el mercado de acciones en Colombia continúa siendo bastante precario, no obstante que en los últimos años han existido esfuerzos puntuales encaminados a mejorar su posición relativa” aumentando el tamaño de mercado, la diversificación de los títulos y de esta manera mejorando las posibilidades de inversión de los inversionistas.

Según, Martínez, Perozo, & Beatriz (2010) el problema de la selección de portafolios es obtener un portafolio óptimo entre un universo de posibles alternativas.

Por lo anterior resulta pertinente preguntarse, ¿Cómo la estructuración de un portafolio de inversiones permite optimizar el rendimiento de los excedentes para los agentes económicos aplicado al mercado colombiano?

1.2. Justificación

En el marco de la globalización de la economía mundial, se perciben nuevos retos en los métodos y herramientas utilizadas para la diversificación del riesgo, con miras a la maximización de los rendimientos que los agentes pueden tener producto de las operaciones bursátiles.

Aunque la bolsa de valores de Colombia se caracteriza por ser un mercado emergente, por poseer pocos títulos, la mayoría de ellos de baja liquidez y la economía colombiana no pasa por sus mejores momentos, desarrollar optimas estrategias de inversión permitirá que el

comportamiento integral de la economía mejore con el tiempo, dado que las bolsas de valores son el oxígeno de la economía real.

Teniendo en cuenta lo anterior, y dado los resultados de excedentes generados, producto de las actividades de la economía real, el mercado bursátil se establece a nivel mundial, regional y nacional, como una alternativa en la generación de ganancias extra del capital ocioso concebido con cada ejercicio, mediante la construcción de portafolios de inversión; de esta manera y para la edificación de esta propuesta se tomará como referencia la teoría formulada por Markowitz en lo que se conoce como teoría moderna del portafolio.

Finalmente, la aplicación práctica de los conocimientos de análisis económico y financiero, conjugados con la caracterización bursátil por medio de la construcción de estrategias de inversión bajo los estándares de liquidez, diversificación y riesgo permitirán realizar la consecución de un portafolio de inversión que se convierta como una alternativa viable en la generación de mayores rendimientos de la economía real. Para este proyecto se aplicarán conocimientos y herramientas económico-financieras adquiridas en la Corporación Universitaria Autónoma del Cauca durante el pregrado de Finanzas y Negocios Internacionales.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Estructurar un portafolio de inversiones que permita optimizar el rendimiento de los excedentes para los agentes económicos aplicado al mercado colombiano.

1.3.2. Objetivo específico

- Estructurar la estrategia de selección óptima, por medio de la cual se elegirán las empresas, para la construcción del portafolio.

- Realizar un estudio comparativo por medio de herramientas de análisis técnico y fundamental para las empresas que componen el portafolio de inversión.
- Interpretar los resultados, bajo el objeto de formular conclusiones, determinar alcances y limitación de la investigación desde el punto de vista económico, financiero y diversificación del riesgo.

CAPITULO 2 MARCO TEORICO

2.1. Antecedentes

Desde hace varias décadas el estudio de selección de portafolios ha despertado interés en algunos investigadores del mercado bursátil, dado que, al ser un mercado centralizado y regulado, permite que se coticen valores y la creación de productos financieros brindando de esta manera, variedad de opciones de inversión a los agentes económicos, por consiguiente, la selección de un portafolio óptimo que incremente su rentabilidad a un nivel de riesgo determinado.

De Finnetti (1940) anticipó la teoría del portafolio de media varianza desarrollada más tarde por Markowitz (1952) y A.D. Roy (1952); De Finnetti (1940) modeló la varianza del portafolio como la suma de las covarianzas, desarrolló el concepto de eficiencia media varianza, justificó este criterio basado en la normalidad de los retornos, consideró las implicaciones de las ‘colas gordas’, discutió los límites de correlaciones negativas y más aún, trabajó una versión temprana del algoritmo de la línea crítica, el método numérico utilizado para solucionar el problema de selección de portafolio

Smith et al. (2000) estudió el postulado en el cual identificó que el conjunto de alternativas de decisión se puede asimilar a un portafolio que requiere optimización, casi hasta encontrar una frontera eficiente para el total de las opciones. De esta manera, es posible determinar cuál es la mejor forma, la más estratégica, para adoptar una resolución. Por medio de herramientas de análisis multiobjetivo para la selección de alternativas, considerando múltiples objetivos en forma simultánea.

Amezcuca & Samano (2004) investigaron la composición de un portafolio al concepto de minimización de riesgo, al analizar un portafolio involucramos directamente las diferentes

alternativas de inversión que satisfacen las necesidades de un inversionista y que maximizan su inversión. En ese sentido Pérez y Ramírez (2013) desarrollaron un estudio donde señala que el riesgo es importante en la toma de decisiones, siendo así, afirman que las decisiones malas van de la mano con las decisiones que se toman sin una evaluación de riesgo.

Fabozzi et al. (2008) estudiaron la idea de la creación de un portafolio óptimo, con herramientas de optimización y backtesting, concluyendo que tal portafolio se logra distribuyendo el riesgo de todas las opciones entre los diferentes activos, gestionando los rendimientos. Esta alternativa de compensar las pérdidas de unos activos con las ganancias de otros se conoce como diversificación y se apoya en que los precios de los activos no evolucionan de manera idéntica.

París & Zuluaga (1994) estudiaron como la toma de decisiones por parte de los inversores deben estar basadas en la optimización del manejo de un portafolio en el que se determina la distribución óptima de sus inversiones, teniendo en cuenta la rentabilidad esperada y el riesgo de las diferentes alternativas de decisión. Estas empresas deben manejar sus portafolios, teniendo en cuenta sus limitaciones financieras y su posición con respecto al manejo del riesgo.

Guamaní (2018) realiza un estudio respecto a las ventajas de la diversificación en el supuesto de que los riesgos son independientes. En ese mismo sentido Díaz (2010) menciona que el procedimiento para seleccionar un portafolio consta de dos etapas una denominada observación y la segunda etapa se refiere a expectativas con el fin de lograr una selección del portafolio adecuada.

Maya, Jaramillo, y Montoya (2011) estudiaron la existencia de ganancias en términos de eficiencia por medio de la cobertura del riesgo cambiario substancial haciendo uso de un

método que posibilita lograr porcentajes óptimos de remuneración de activos de mínima varianza.

Velásquez y Marín (2013) proponen una aproximación al análisis técnico en la construcción de un portafolio de inversión de composición inmobiliaria y bursátil desde la teoría de portafolios eficientes de Harry Markowitz. Expresan que en el mercado de renta variable colombiano se cotizan por lo menos 48 productos los cuales representan a empresas de diferentes sectores en el país y su respectiva negociación se realiza por medio de una acción que evidencia la participación que tiene dicha empresa, el valor del precio de negociación dicha acción representa el valor de la empresa en el mercado y por lo tanto se ve afectada por las especulaciones de alza y baja.

Jacobs, Müller y Weber (2014) se enfocan básicamente en la diversificación, como forma gratuita de disminuir el riesgo, dado que, se estiman desde las formas más complejas para optimizar los portafolios hasta el momento de encontrar un portafolio parcial. Por otra parte, Giraldo, Díaz, Arboleda, Galarcio, Isaza y Lotero. (2015) mencionan que la creación de un portafolio eficiente según los postulados de Markowitz se basa en la idea de lograr un equilibrio entre rendimiento y riesgo, entendiéndose el riesgo como la volatilidad de los rendimientos de algún instrumento de inversión.

Delgado y Durango (2018) evalúan la estructuración de un portafolio aplicado en el mercado colombiano, mediante un modelo de optimización, para minimizar la varianza del portafolio; observan acontecimientos que representan algún tipo de impacto en el mercado accionario colombiano, y que además estos eventos han provocado desconfianza entre los agentes económicos del mercado, desvalorización de algunas acciones colombianas, una baja considerable del índice COLCAP.

Sharpe (2008) estudió la correcta elección de una cartera de inversiones por parte de un individuo, concluyendo que esta elección depende fundamentalmente de las rentabilidades esperadas disponibles y de los riesgos asociados a las distintas estrategias de inversión, y a su vez de la forma en que se establece el precio de los activos.

García y Jordá (2004) estudiaron el adecuado control frente a la diversificación de activos y un menor nivel de correlación permite obtener adecuadas ratios de rentabilidad, lo cual no asegura el sufrir pérdidas, pero sí una mayor confiabilidad frente a la estructura de portafolio, lo que posibilita al inversionista realizar una comparación del aporte o inversión hecha y la rentabilidad obtenida. De esta forma, las ratios de rentabilidad relacionan lo generado en beneficios y pérdidas frente a las inversiones o en los aportes de los socios.

Villamil (2007) expresa como la diversificación busca que cada activo produzca el mayor rendimiento del portafolio con un bajo nivel de riesgo en diferentes participaciones.

Martines, Perozo, y Beatriz (2010) examinaron la importancia del sistema de información gerencial para la optimización de portafolios de inversión administrados por las sociedades de corretaje de títulos valores de la Bolsa de Valores de Caracas. Para tal fin, desarrollaron una investigación de tipo descriptivo, no experimental y transeccional, aplicando el método hipotético deductivo. Los resultados de dicho estudio indican que la BVC tiene 63 miembros 5 activos y solo 6 (6%) manejan el SIG mientras, que el 59 (91%) operan manual, concluyendo que más de la mitad de las casas de bolsa le resta importancia a los SIG a pesar de las ventajas competitivas que representan en la calidad de la administración de portafolios.

Muñoz y Torres, (2014) describen el mercado bursátil de renta fija en Colombia, hacen mención de que este mercado ofrece diversas opciones a los inversores entre estas lo componen los bonos de deuda pública y deuda privada siendo el primero el más destacado en el país.

Abad y Benito (2017) propusieron estimar el valor en riesgo de un portafolio de renta fija usando el método de Simulación Monte Carlo, se basa en efectuar una hipótesis de la distribución de los rendimientos del portafolio y su valor total depende de las características de los bonos considerados dentro del portafolio.

Martín (2007) identificó que los instrumentos de renta fija generan flujos de dinero conocidos a lo largo del tiempo, lo que permite calcular la rentabilidad aproximada de la inversión. Estos instrumentos son conocidos como bonos u obligaciones; los flujos conocidos que genera el instrumento a lo largo del tiempo son llamados cupones. El hecho de que se llamen instrumentos de renta fija no indica que la rentabilidad siempre será positiva, de hecho, puede darse que la inversión en un instrumento de este tipo provoque al inversor rentabilidades diferentes a las esperadas e incluso pérdidas.

Gitman et al. (2009) estudió como la gestión tradicional de carteras destaca el “equilibrio” de la cartera al combinar una amplia variedad de acciones y bonos. El énfasis común está en la diversificación entre industrias, esto produce una cartera con títulos de empresas que pertenecen a una amplia gama de industrias.

Así mismo, afirma que los administradores de carteras tradicionales desean invertir en empresas reconocidas por tres razones. El primer lugar, porque son consideradas como empresas exitosas e invertir en ellas se percibe como menos riesgoso que hacerlo en empresas menos conocidas. En segundo lugar, los títulos de grandes empresas son más líquidos y están disponibles en grandes cantidades. Tercer lugar, los inversionistas institucionales prefieren empresas reconocidas y exitosas porque es más fácil convencer a los clientes que inviertan en ellas.

Melo y Granados (2011) realizaron estudios fundamentados en la gestión de riesgos en portafolios de renta fija, aplicado para el caso colombiano, y de esta manera analizan el desempeño del valor en riesgo para así mismo determinar si es suficiente evaluarlo de forma correcta utilizando un conjunto de acciones para desarrollarlo.

Landazuri , Ruiz, Valenzuela y Chavez (2012) realizaron una identificación de oportunidades de inversión en acciones de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) apoyándose en el modelo de Harry Markowitz, mencionan que la elección de carteras óptimas puede proporcionar el rendimiento más alto posible, teniendo en cuenta el grado específico de riesgo o también el riesgo más bajo respecto a la tasa de rendimiento, por esto para elegir y determinar una cartera óptima se debe considerar el riesgo y el rendimiento, estas variables influyen en las ponderaciones estimadas para así tomar decisiones.

Buenaventura y Cuevas (2005) proponen un método para la optimización de portafolios de inversión aplicados para el caso colombiano, para ello, utilizan una función de maximización de la rentabilidad a riesgos definidos. Además de implementar una cartera óptima, empleando la condición de línea del mercado de capitales para una economía, este método posibilita la estructuración de diversos portafolios óptimos, que se localizan en la frontera eficiente, según los postulados de Markowitz (1952), pues en todo caso esta contiene todas las posibles combinaciones de riesgo- rendimiento que se pueden obtener de los diferentes activos del portafolio, la representación de este problema se realiza mediante programación cuadrática y su solución determina la frontera eficiente que define a los portafolios óptimos, es decir es el conjunto de portafolios eficientes que se componen del mejor equilibrio de retorno esperado y riesgo de la inversión, en estos modelos de cartera la rentabilidad esperada se basa en proyecciones a largo plazo y se afecta por variaciones debido al comportamiento de los mercados

Franco, Avendaño, & Barbutín (2011) realizaron un contraste entre el Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman por medio de la Optimización de Portafolios de Inversión, haciendo un interesante trabajo de investigación, llegando a la conclusión que una alternativa que permite neutralizar las desventajas del primer modelo permitiendo la generación de un portafolio más eficiente, estable y diversificado.

Annalien, Erasmus, Pierre, y Gerber, Charlene (2017) investigaron la existencia de un sesgo de familiaridad entre los inversores individuales en el Mercado de valores de Sudáfrica, hablan sobre la influencia de las decisiones de los inversores, en donde mencionan a Warren Buffet, quien habla de la necesidad de mantener un desapego emocional si se propone ser un inversionista exitoso, sin embargo alegan sobre algunas investigaciones recientes que indican que la percepción frente a productos y marcas de las empresas interfieren en la toma de decisiones de un inversionista, lo que significa que estos se dejan influenciar por las actitudes positivas o negativas de los productos y marcas de las organizaciones.

Leite, Pinto, y Klotzle (2016) evalúan los efectos de los componentes agregados de volatilidad del mercado sobre el precio de las carteras ordenadas por volatilidad idiosincrásica alta y baja de un activo, denominada como desviación estándar, estudian si esto tiene relación con la perspectiva de rendimiento.

Silva, Espinele, Roma, y Iquiapaza (2019) estudiaron las relaciones entre la rotación de cartera y el desempeño de los fondos de inversión de capital en Brasil, determinando que la gestión activa de los portafolios es generar mejores rendimientos a los agentes económicos que invierten en este, y para lograrlo es necesario tomar diferentes posiciones por un lado la selección de valores y por otra sincronización del mercado. El rendimiento es una de las variables que influyen en la toma de decisiones con relación de invertir o no.

Suárez, Ortiz, & Duarte (2015) concluyeron que el riesgo de los portafolios de mercado observados en Colombia es mucho mayor en comparación con pares de América Latina, y proponen alternativas de optimización de la inversión para mitigar este valor.

2.2. Bases teóricas

La administración de inversiones busca primordialmente tomar decisiones asertivas que generen a los inversionistas rentabilidad o utilidades; tomando el anterior apartado procedemos a presentar la teoría formulada por Markowitz en lo que se conoce como teoría moderna del portafolio (MPT por sus siglas en inglés), además se tendrán en cuenta teorías desarrolladas al largo de la historia económica y financiera.

El surgimiento de la escuela Neoclásica tuvo origen en la década de 1870; se consideró que específicamente lo que lleva a diferenciar la escuela neoclásica de la teórica clásica es la forma en la que explican los precios y valores relativos de los bienes.

El cambio de las condiciones de vida al largo de siglo XIX en Europa e Inglaterra genero mejores condiciones de vida en la población, desencadenando una disminución en el estudio de factores como el valor, el origen y la distribución de la riqueza por parte de los pensadores clásicos. Así, mismo el precio que se está dispuesto a pagar por un bien está en relación directa de la necesidad que se tenga de él, de la satisfacción que proporcione y de la oferta disponible. El análisis de lo anterior mencionado nos indica que los neoclásicos, concibieron que la utilidad se representaba por el grado de satisfacción del consumidor, enmarcando esta afirmación como la primera por parte de estos pensadores.

Cuando se estableció el objetivo de estudio se identificó que es de tipo microeconómico analizando la teoría del productor (curva de oferta), la teoría del consumidor (curva de demanda)

y la teoría del mercado (punto de equilibrio) siendo esta la más representativa dado que en ella se ven maximizados la ganancia para el productor y la satisfacción para el consumidor.

2.2.1. Teoría de portafolios

Originada y desarrollada por Harry Markowitz, autor de un artículo publicado en el *Journal of Finance* en 1952 llamado “Portfolio selection” Perteneciente a la prestigiosa Escuela de Economía de Chicago se convirtió en uno de los más importantes analistas de inversiones a nivel mundial.

Esta teoría parte de una premisa de que los inversionistas buscan optimizar la rentabilidad de sus inversiones y rehúyen del riesgo; se puede afirmar que esta teoría supone un antes y un después en la historia de la inversión, pues, por mucha rentabilidad que genere un activo o un conjunto de ellos, si la probabilidad de pérdidas es alta pierde sentido, generar expectativas de rentabilidad esperada elevadas.

Sin embargo, durante una década estos aportes fueron nulos, por dos razones; primero, la escasa importancia que el mercado accionario tenía en el mercado financiero y, en segundo lugar, la complejidad de la solución propuesta sólo sería resuelta en la medida en que se daba el desarrollo de la computación, por consiguiente, el reconocimiento de su trabajo ocurre en 1990 con el otorgamiento del premio nobel.

Por tanto, Markowitz agrega “Dado que el futuro no se conoce con certidumbre, deben descontarse los rendimientos esperados o anticipados” (Romero, 2011: p.3), es aquí donde aparece el concepto de distribución de probabilidad a lo que Markowitz determina un análisis basado en una regla simple “el inversionista considera deseable el retorno esperado e indeseable la varianza de estos retornos” (Romero, 2011: p.8)

Además, agrega el principio de diversificación¹, esta es la base donde los inversores generalmente prefieren mantener portafolios de activos en vez de activos individuales, debido a que ellos no tienen en cuenta solamente los retornos de dichos activos sino también el riesgo de estos.

Anterior al trabajo de Markowitz (1952), los inversores solamente prestaban atención en maximizar el nivel esperado de retornos. Si esto era lo que hacían, entonces un inversor calcularía simplemente el grado esperado de rendimientos de un conjunto de activos y luego invertirá todo su dinero en aquel activo que proporcione la mayor rentabilidad esperada; al desarrollar Markowitz Un modelo basado en la relación entre la tasa de rentabilidad y el riesgo esperado de un portafolio, afirmó que, para cualquier nivel de riesgo, los inversionistas prefieren las altas tasas de rentabilidad a las bajas y, para cualquier nivel de rentabilidad, buscan el menor riesgo por tal afirmación, en el trabajo de selección de inversiones, Markowitz demostró que los inversores deberían actuar de un modo totalmente diferente.

Los inversores deben optar por portafolios de varios activos en vez de invertir en un solo activo. Siguiendo este consejo de mantener un portafolio de activos (Diversificación) un inversor puede reducir el nivel de riesgo al cual está exponiéndose, mientras que mantiene el nivel esperado de rentabilidad. Además, en su teoría enfatiza que la cantidad de activos no hacen un portafolio diversificado, dado que, si corresponden a la misma industria los beneficios de diversificación no se obtendrán, pues, estos activos tendrán posiblemente el mismo

¹ Por diversificación se entiende invertir en más de un activo, con el fin de reducir el nivel de riesgo asociado con los factores específicos de una compañía, a los cuales se estaría expuesto en el caso de invertir en uno solo activo.

comportamiento haciendo que la rentabilidad y riesgo se comporten igual independientemente de las cantidades de activos de la misma industria.

Para poder integrar una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación, de esta forma se reduce la variación de los precios. La idea de la cartera es, entonces, diversificar las inversiones en diferentes mercados y plazos para así disminuir las fluctuaciones en la rentabilidad total de la cartera y por lo tanto el riesgo. El diversificar, ampliando el número de activos en los que se invierte, ayuda a reducir el riesgo, pero es claro, que nunca se llegará a eliminar este riesgo, por completo; siempre existirán factores macroeconómicos que afectan a todas las industrias, hecho que implica una exposición permanente al riesgo, que no es diversificable. Pero también es importante anotar; un número elevado de activos en una cartera, pueden ser difíciles de gestionar, siendo así que el número óptimo de activos depende de la capacidad de gestión del riesgo del inversionista.

La cartera se conforma en virtud de la tolerancia al riesgo de cada inversor en particular, elegir el máximo nivel de retorno esperado dependerá del nivel de riesgo escogido, generalmente, se supone que la varianza de una serie financiera es homocedástica. Sin embargo, en los mercados financieros es muy difícil encontrar este comportamiento, por el contrario, las series financieras tienen frecuente el fenómeno de heterocedasticidad, fenómeno en el que se presentan periodos de alta turbulencia seguidos de periodos de relativa calma o estabilidad (Cobo, 2003); debido a esto, dicho comportamiento se tendrá presente en la determinación de los modelos con el fin de tener una óptima especificación.

Markowitz (1952) plantea una división de dos etapas para el proceso de selección de un portafolio de inversión, La primera etapa comienza con la observación y la experiencia y termina

con creencias sobre las futuras actuaciones de los títulos disponibles. La segunda etapa se inicia con las creencias relevantes sobre actuaciones futuras y termina con la elección del portafolio, la teoría de portafolios se refiere a la segunda, donde se tiene en cuenta la regla (retornos esperados - varianza de los retornos).

Markowitz (1952) declara: “En ningún caso la varianza se incrementará. En el único caso en el cual la varianza no se disminuye es cuando los dos activos están perfectamente correlacionados” (pp. 19).

Los retornos o rentabilidad esperados de un portafolio son la sumatoria de la multiplicación de la tasa de rentabilidad posible de cada título que lo compone y el monto de inversión en cada uno de ellos, o su peso específico. Y la varianza de los retornos o riesgo de un portafolio se define por la variación de los títulos que lo conforman, su resultado se obtiene por la sumatoria de las volatilidades de los títulos que lo integran.

Dentro de la teoría de portafolio para identificar la variación, Markowitz utilizó medidas de dispersión estadísticas, como desviación estándar y la varianza para activos individuales, con el fin de medir que tan dispersas están las distribuciones; la correlación y covarianza, sirven para medir que tan dispersas están dos variables aleatorias. El análisis y la interpretación de las medidas de dispersión estadística permiten conformar un portafolio con un máximo nivel esperado de rentabilidad a un riesgo dado.

De este planteamiento se puede analizar la importancia que cobran las medidas estadísticas en el estudio del nivel de riesgo que representan las inversiones y la diversificación de las mismas, puesto que, los inversionistas toman decisiones que maximicen sus utilidades y les permitan crear valor, determinando lo que se denomina la frontera eficiente, la cual se define

como el conjunto de portafolios conformados por todas las combinaciones de riesgo - rendimiento que se pueden obtener entre los diversos activos que hacen parte del mismo y que ofrecen el rendimiento esperado más alto para cualquier nivel de riesgo dado.

En conclusión y en términos prácticos, la teoría de portafolios plantea que los inversionistas buscan obtener rentabilidades altas con el menor riesgo posible.

CAPITULO 3 METODOLOGIA

Las pruebas empíricas a utilizar para el desarrollo de la estructuración de un portafolio de inversiones con aplicación al mercado colombiano, por medio del cual permita optimizar el rendimiento de los agentes económicos con aplicación para este proyecto consisten en calcular la Rentabilidad y volatilidad individual de los títulos asociados al mercado colombiano, los cuales serán seleccionados por medio de un algoritmo corrido bajo tres (3) parámetros los cuales serán explicados en el apartado de Datos, seguido se realizará el cálculo del rendimiento y riesgo esperado del portafolio, con el fin de para medir los cambios en las relaciones de dependencia del portafolio en búsqueda de una óptima diversificación.

De esta manera se realizará un estudio del comportamiento de mercado con un horizonte temporal de tres (3) años (2017-2019), mediante la parametrización de los retornos de los activos, su cartera y la estimación del riesgo asociado a dichos productos financieros.

3.1. Descripción de instrumentos

A continuación, se realizará una descripción conceptual de los instrumentos que se tomaran para en la aplicación de la estructuración del portafolio de inversión.

3.1.1. Rentabilidad del título

Apoyado en la afirmación de Crespo & Fernandez (2008), las cotizaciones que corresponden a pequeños periodos de tiempo, como es el caso de los precios de las acciones, los cuales se suministran como un registro diario, la manera más apropiada de realizar una aproximación de la rentabilidad real es mediante el cálculo continuo o logarítmico de la relación de las cotizaciones de los activos, dicho procedimiento se realiza de la siguiente manera, mediante la aplicación de la ecuación 1:

$$R_i = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (1)$$

Donde:

R_i = Rentabilidad posible de la inversión

P_t = Cotización del activo financiero al final del período

P_{t-1} = Cotización del activo financiero al inicio del período

Por otro lado, de acuerdo con los planteamientos de Markowitz, el cálculo de la rentabilidad esperada de un activo viene definido por la siguiente ecuación:

$$R_e = \sum R_i * P_i \quad (2)$$

Donde,

R_e = Rentabilidad esperada de un activo

R_i = Rentabilidad posible de la inversión

P_i = Probabilidad de ocurrencia

Cabe resaltar que, la probabilidad de ocurrencia es asignada por igual a cada activo, es decir, se asumen “*equiprobabilidad*”, por lo cual, la posibilidad de ocurrencia para cada uno de los eventos es la misma.

3.1.2. riesgo del título

La volatilidad es una medida de la frecuencia e intensidad de los cambios del precio de un activo, de esta manera, permite cuantificar el riesgo de un instrumento, a razón de que, hace referencia a la diferencia que podría existir entre el rendimiento real y el esperado por el inversionista.

En la literatura Financiera, con relativa frecuencia se toma a la varianza como una medida de volatilidad; toda vez que este indicador muestra el grado de dispersión de los probables resultados de una inversión alrededor de su valor esperado, esta medida posee una falencia, pues, es expresada en valores al cuadrado, por ello, se utiliza la desviación estándar, Cuya medida es calculada como la raíz cuadrada de la Varianza, por lo cual elimina el sesgo de magnitud, permitiendo dar información en datos lineales.

Dado lo anterior la ecuación 3 ilustra el cálculo de la volatilidad individual o riesgo del título:

$$\sigma = \sqrt{\sum (R_i - R_e)^2 * P_i} \quad (3)$$

Donde:

σ = Desviación estándar o volatilidad del título

R_i = Rentabilidad posible de la inversión

R_e = Rentabilidad esperada de un activo

P_i = Probabilidad de ocurrencia

Hasta este punto se ha introducido los conceptos de rentabilidad posible, rentabilidad esperada y nivel de riesgo para activos individuales, claro está, como se ha descrito a lo largo de este documento que, en general, los agentes económicos racionales no colocan la totalidad de sus recursos en un solo activo, la mayoría de las veces, sino que buscan estrategias de diversificación que les permitan alcanzar un rendimiento estable.

De esta manera, resultaría lógico pensar que, un mayor número de activos en la constitución del portafolio de inversión lograría una mayor diversificación; siendo así, y con base

en los planteamientos de la teoría del Portafolio, Markowitz deja entrever dos escenarios posibles:

El primer escenario se conoce como ingenua o simple, en la cual un monto de capital es invertido, en un número de activos en proporciones iguales, de esta manera es posible ver que el riesgo de dicha inversión se reparte logrando una disminución de la volatilidad esperada de la cartera.

Por otro lado, al calcular las correlaciones de los activos de riesgo, y tomar esta medida de como un factor en la determinación de la diversificación, es llamada diversificación eficiente, pues, plantea es posible cuantificar la magnitud de comovimientos comunes entre los activos, con el fin de eliminarla y tratar de reducir al mínimo posible las posibilidades de pérdidas de rendimientos.

De esta manera para disminuir el riesgo financiero de un portafolio siguiendo los planteamientos de Markowitz, se debe buscar activos que entre sí tenga un coeficiente de correlación con tendencia perfectamente negativa, esto se traduce en comportamientos contrarios en las cotizaciones de los activos en bolsa permitiendo, lo que Markowitz denominó como, una diversificación eficiente como forma de administración del riesgo.

3.1.3. Conformación del Portafolio

Para realizar la conformación del portafolio de inversión de acuerdo con los planteamientos de Markowitz, se definen los conceptos de covarianza y del coeficiente de correlación, como herramientas para la construcción de un portafolio eficiente.

Covarianza

La covarianza es un valor que indica el grado de variación conjunta de dos variables, con respecto a sus medias, de esta manera su cálculo se realiza mediante la siguiente fórmula:

$$Cov(i, j) = \sum (R_i - R_{e,i}) - (R_j - R_{e,j}) P_{i,j} \quad (4)$$

Donde,

$Cov(i, j)$ = Covarianza entre el activo i y el activo j

R_i = Rentabilidad posible del activo i

$R_{e,i}$ = Rentabilidad esperada el activo i

R_j = Rentabilidad posible del activo j

$R_{e,j}$ = Rentabilidad esperada el activo j

$P_{i,j}$ = Probabilidad de ocurrencia

Coefficiente de correlación

El Coeficiente de correlación una medida de dependencia lineal entre dos variables, es decir, mide el grado de asociación lineal entre dos variables, a diferencia de la covarianza, este indicador es independiente de la escala de medida de las variables, pues, cuenta con una estandarización al ser dividido por la multiplicación de las desviaciones estándar de las variables.

$$r(i, j) = \frac{Cov(i, j)}{\sigma_i * \sigma_j} \quad (5)$$

Donde,

$r(i, j)$ = Coeficiente de correlacion del activo i y el activo j

$Cov(i, j)$ = Covarianza entre el activo i y el activo j

σ_i = Desviacion estandar del Activo i

$\sigma_j = \text{Desviación estandar del Activo } j$

De esta manera al calcular el coeficiente de correlación entre dos activos, se está encontrando una magnitud de la variación conjunta en el comportamiento del rendimiento de los activos, pues, como se explicaba en otro apartado de este documento, realizar una óptima diversificación se logra encontrando activos con correlaciones negativas cercanas a 1, puesto que, de esta manera se genera un escenario de diversificación eficientemente del riesgo.

3.1.4. *rendimiento esperado del portafolio*

El rendimiento esperado del portafolio se define como la agregación de las rentabilidades esperadas individuales ajustadas a la participación dentro de la cartera, de la siguiente manera:

$$R_p = \sum R_{e,j} * X_i \quad (6)$$

Donde:

$R_p = \text{Rendimiento esperado del portafolio}$

$R_{e,i} = \text{Rentabilidad esperada el activo } i$

$X_i = \text{Participación del activo } i \text{ en el portafolio}$

3.1.5. *riesgo del portafolio*

A partir de las volatilidades individuales de los activos, sus covarianzas y las participaciones en la configuración del portafolio, se considera que se procede a determinar el riesgo del portafolio, esto debido a que se debe tener en cuenta la variación del retorno de cada activo con la serie que se esté relacionando y la forma en que varían los rendimientos entre sí, para luego sumar todos los datos y obtener el riesgo total del portafolio como lo muestra la siguiente ecuación, en términos de varianza y desviación estándar:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum (Cov(i, j) * X_i * X_j)} \quad (7)$$

Donde:

σ_p = *Desviación estándar o volatilidad del portafolio*

$Cov(i, j)$ = *Covarianza entre el activo i y el activo j*

X_i = *Participación del activo i en el portafolio*

X_j = *Participación del activo j en el portafolio*

3.2. Datos

Se toma como referencia, para hacer la aplicación de la modelación propuesta en el apartado anterior, y en respuesta al objetivo planteado por medio del cual se estructura la estrategia de selección óptima, por medio de la cual se elegirán las empresas, para la construcción del portafolio el resultado de la aplicación del filtro de acciones (ver ilustración 1) que suministra la Terminal de Bloomberg ajustado a los siguientes criterios de selección:

- Empresas activas en el mercado
- Empresas que participen en el mercado colombiano
- Empresas que durante el último año fiscal hayan presentado un Retorno sobre el Capital (ROE) mayor a 10%
- Empresas con una Ratio Precio / valor contable² menor a 2
- Empresas con un margen de beneficios mayor o igual al 10 por ciento

² La ratio precio-valor contable (P/VC) es una ratio financiera usada para comparar el precio de mercado actual de una empresa con su valor contable, este indicador se calcula de la siguiente manera se toma la capitalización bursátil de la empresa dividida por el valor contable total de la empresa en su balance general.

Los criterios de filtro se tomaron con base en las tácticas de selección y análisis fundamental utilizadas por Warren Buffett reconocido trader adepto a la inversión en valor³ con una fortuna total estimada en \$72.1 billones de dólares de acuerdo con la información de Bloomberg. Buffett es el presidente y el mayor accionista de Berkshire Hathaway; grupo de inversión que ha generado una ganancia anual del 20.3% en valor de mercado desde 1953.

Ilustración 1. Aplicación de Filtro de Acciones. Función EQS Bloomberg.

Criterios de filtro		
31) Bolsas	32) Sectores	33) País de domicilio
34) Índices	35) Carteras/Monitor	45) Más categorías
Añadir criterios		
		3) Campo
Criterios seleccionados de filtro		Casados
Universo valores		1269786
51) Estado operativo: Activo		441868
52) Atributos de valor: sólo mostrar valor primario de empresa		90940
53) Bolsas: Colombia		71
54) LF Retorno sobre el capital común > 10		25
55) Ratio de precio/valor contable actual < 2		14
56) LF Margen de beneficio >= 10		8
57) Añadir criterios de filtros		

Fuente: Bloomberg L.P.

De acuerdo con lo anterior, y tomando como referencia los resultados del filtro las empresas que para el mercado colombiano cumplen con los requisitos de selección de empresas de Buffett son las siguientes:

³ La inversión en valor generalmente consiste en comprar valores a un precio bajo, determinado conforme a un análisis fundamental. Esta estrategia de inversión apunta a encontrar acciones en compañías negociadas en mercados de valores que cotizan por debajo del valor contable, con altos dividendos, con una buena relación entre el precio y los beneficios y con un buen ratio P/VC.

Tabla 1. Selección de empresas.

Empresa	Industria	Sector
Corporación Financiera Colombiana S.A.	Servicios financieros diversificados	Finanzas
Mineros S.A.	Metales y minería	Materiales
Grupo Aval Acciones y Valores S.A.	Bancos comerciales	Finanzas
Grupo Energía Bogotá SA ESP	Suministro de gas	Servicios públicos
Banco de Bogotá	Bancos comerciales	Finanzas
Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.	Suministro eléctrico	Servicios públicos
Grupo Bolívar SA	Bancos comerciales	Finanzas
Banco de Occidente S.A.	Bancos comerciales	Finanzas

Fuente: Elaboración propia. Datos de Bloomberg L.P.

A continuación, para dar cumplimiento a un segundo objetivo propuesto se realiza un estudio comparativo por medio de herramientas de análisis técnico y fundamental para las empresas que componen el portafolio de inversión, con el fin de generar un perfilamiento inicial para la aplicación de la metodología propuesta.

3.2.1. Corporación Financiera Colombiana S.A.

Corporación Financiera Colombiana S.A. opera como una institución financiera que invierte en sectores de infraestructura, energía, gas, hotelería, agronegocios y servicios financieros, además de prestar servicios de tesorería y banca inversionista. De acuerdo con los datos suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 2) de la empresa son Blackrock, Norges Bank y Vanguard Group.

Tabla 2. Holders Corporación Financiera Colombiana S.A.

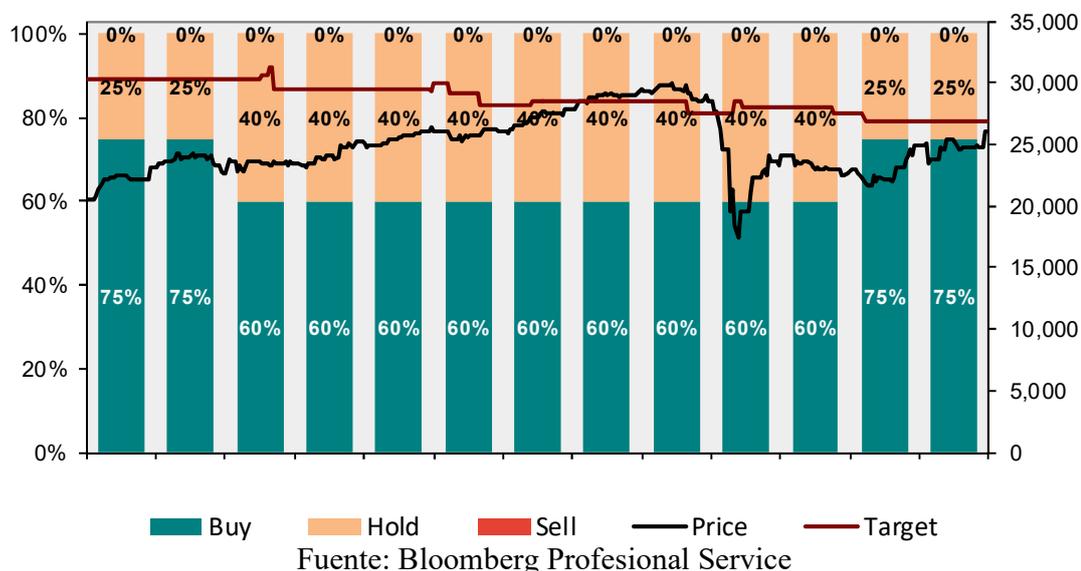
Holder Name	% Out
BLACKROCK	2.56

NORGES BANK	1.59
VANGUARD GROUP	1.17
FIDUCIARIA BOGOTA SA	0.58
DIMENSIONAL FUND ADV	0.28
TIAA-CREF	0.09

Fuente: Bloomberg Professional Service

Realizando un contraste con las recomendaciones de los analistas del mercado bursátil frente a la compra (buy), venta (sell) o mantener (hold) de la acción de Corporación Financiera Colombiana S.A. (ver ilustración 2), para el último año corrido, las recomendaciones se han mantenido persistentemente del lado de la compra con un precio rompió hacia arriba el target price⁴ hacia la mitad del periodo, con una posición de compra del 65% durante todo el periodo. El comportamiento del precio y del target es consistente con la estrategia de inversión para realizar la selección de empresas.

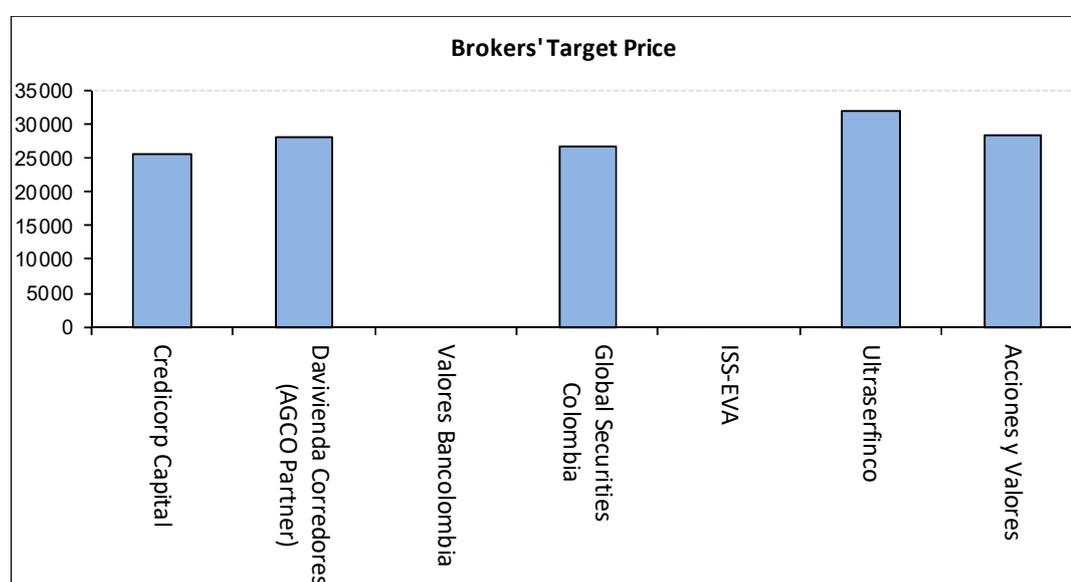
Ilustración 2. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Corporación Financiera Colombiana S.A.



⁴ Target Price hace referencia al precio que estima un analista profesional, es decir, lo que en su opinión debería ser el precio de la acción de una empresa.

En la ilustración 3, se presenta las valoraciones realizadas por los principales analistas de bolsa para la acción de Corporación Financiera Colombiana S.A. durante el último trimestre de 2019. Credicorp Capital estima que el valor intrínseco de la acción está cercano a los \$25.000 pesos, por otro lado, Ultraserfinco estima que el valor intrínseco de la acción esta alrededor de los \$30.000 pesos siendo esta la valoración más alta.

Ilustración 3. Target Price de Analistas de Corporación Financiera Colombiana S.A.



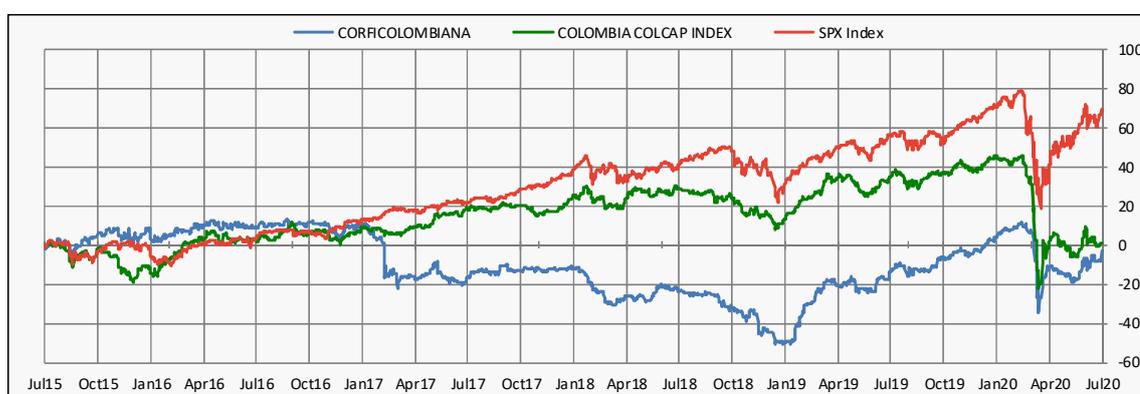
Fuente: Bloomberg Professional Service

En la ilustración 4, se observa el comportamiento de la acción de Corporación Financiera Colombiana S.A. (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark⁵ para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); durante el periodo de análisis,

⁵ El benchmark es un punto de referencia utilizado para medir el rendimiento de una inversión, es decir, se trata de un indicador financiero (usualmente un índice, cartera, ETF, etc.) utilizado como herramienta de comparación para evaluar el retorno de una inversión.

se observa un comportamiento de movimiento común, síntoma de buen acoplamiento al entorno y de presencia hipotética de eficiencia información en su forma débil⁶.

Ilustración 4. Comportamiento de Acción Corporación Financiera Colombiana S.A. vs. COLCAP Index and S&P Index

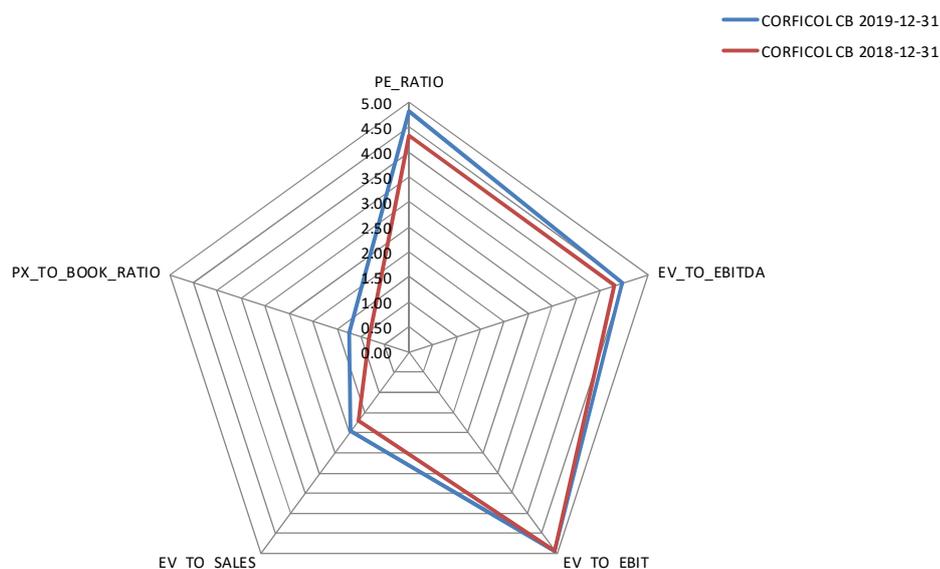


Fuente: Bloomberg Professional Service

En el marco de una estrategia de inversión en valor el análisis de la ilustración 5 resulta importante; esta araña del valor permite realizar un análisis intertemporal del comportamiento en los principales indicadores de crecimiento de la valoración de la empresa en el cumplimiento del Objeto Básico Financiero (OBF); como se observa en el diferencial 2018 – 2019, Corporación Financiera Colombiana S.A. genera un crecimiento en todos los indicadores de lo que permite dilucidar una posible buena selección de esta empresa como parte de la estrategia de diversificación de la inversión en la constitución de la cartera.

Ilustración 5. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Acción Corporación Financiera Colombiana S.A.

⁶ Para mayor información referir a (Meneses & Pérez, 2020)



Fuente: Bloomberg Profesional Service

3.2.2. *Mineros S.A.*

Mineros S.A. extrae y comercializa metales preciosos, minerales metálicos y no metálicos, sus operaciones de extracción se centran en El Bagre (Antioquia) y la sede central administrativa se encuentra en la ciudad de Medellín. De acuerdo con los datos suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 3) de la empresa son Banderato Corp., Vince Business Corp. y Corporación Financiera Colombiana S.A.

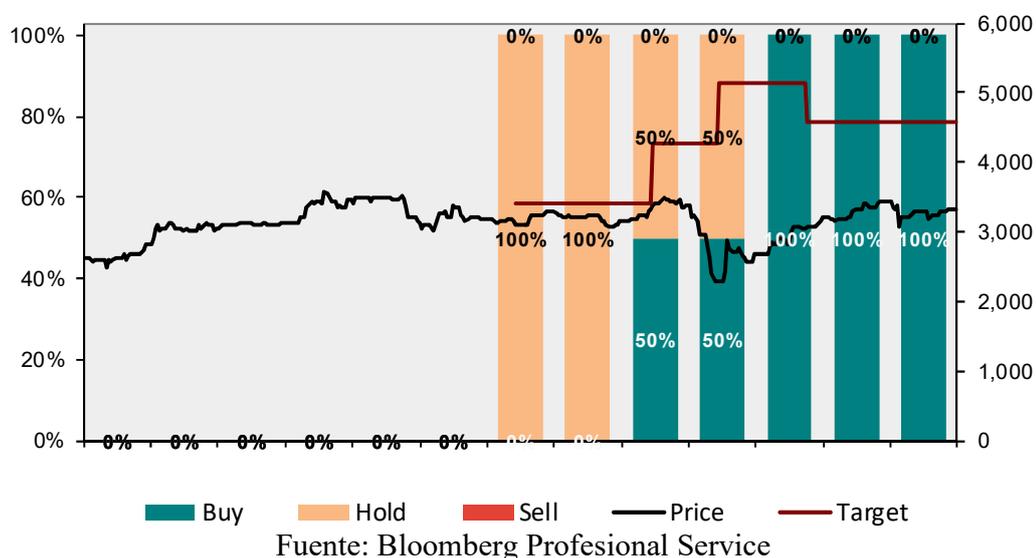
Tabla 3. Holders Mineros S.A.

Holder Name	% Out
BANDERATO CORP	17.7
VINCE BUSINESS CORP	12.13
CORP FINANCIERA COLO	8.54
INVERSIONES MAGA LTD	5.78
COLFONDOS DE PENSION	3.65

Fuente: Bloomberg Profesional Service

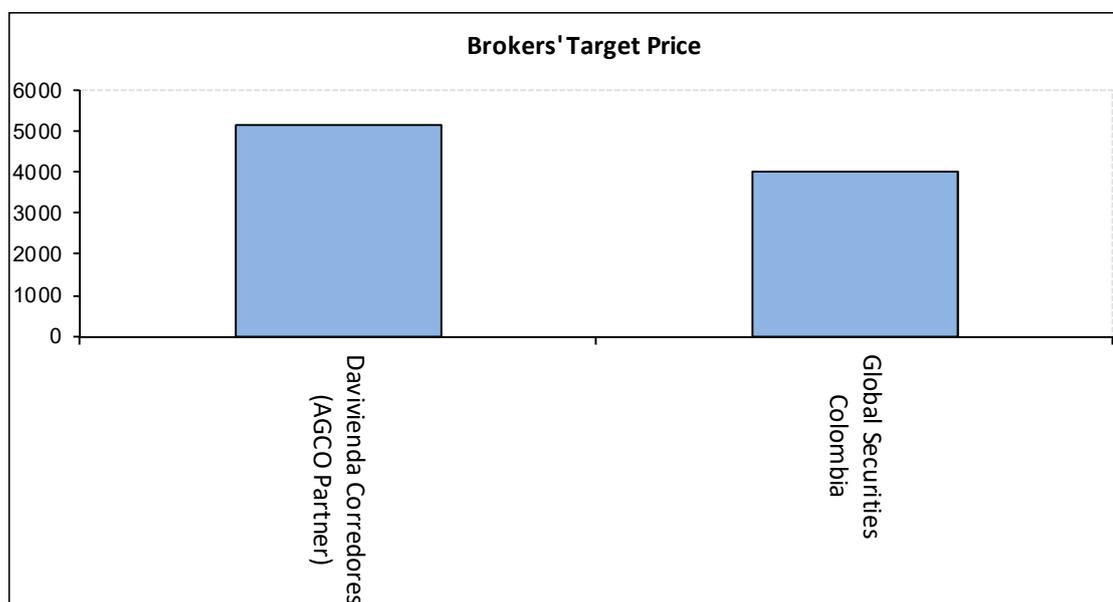
Realizando un contraste con las recomendaciones de los analistas del mercado bursátil frente a la compra (buy), venta (sell) o mantener (hold) de la acción de Mineros S.A. (ver ilustración 6), para el último medio año corrido, las recomendaciones se fueron modificando de mantener en un 100% a comprar en un 100%. El comportamiento del precio y del target es consistente con la estrategia de inversión para realizar la selección de empresas.

Ilustración 6. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Mineros S.A.



En la ilustración 7, se presenta las valoraciones realizadas por los principales analistas de bolsa para la acción de Mineros S.A. durante el último trimestre de 2019. Global Securities Colombia estima que el valor intrínseco de la acción está cercano a los \$4.000 pesos, por otro lado, Davivienda Corredores estima que el valor intrínseco de la acción está alrededor de los \$5.000 pesos siendo esta la valoración más alta.

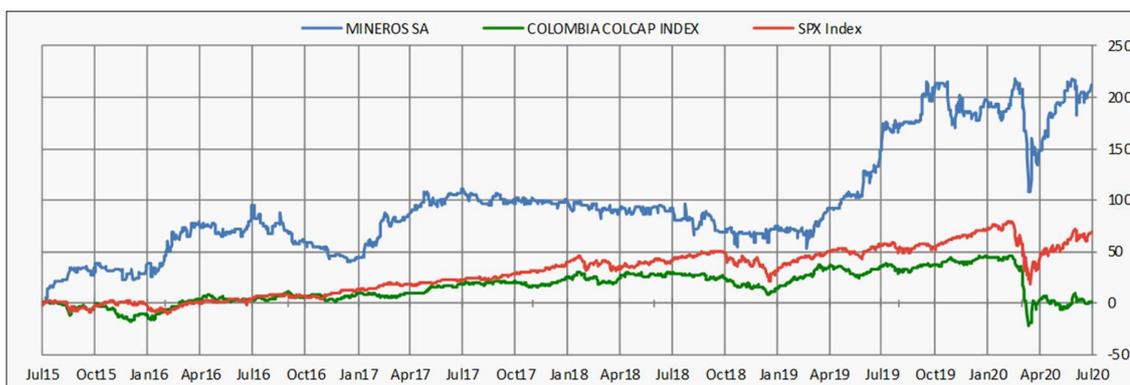
Ilustración 7. Target Price de Analistas de Mineros S.A



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En la ilustración 8, se observa el comportamiento de la acción de Mineros S.A. (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); durante el periodo de análisis, se observa un comportamiento errático, volátil y poco tendencial, dicho comportamiento puede generar grandes variaciones en la rentabilidad esperada del portafolio. Más adelante se aplicará análisis de riesgo para determinar el acceso final al portafolio.

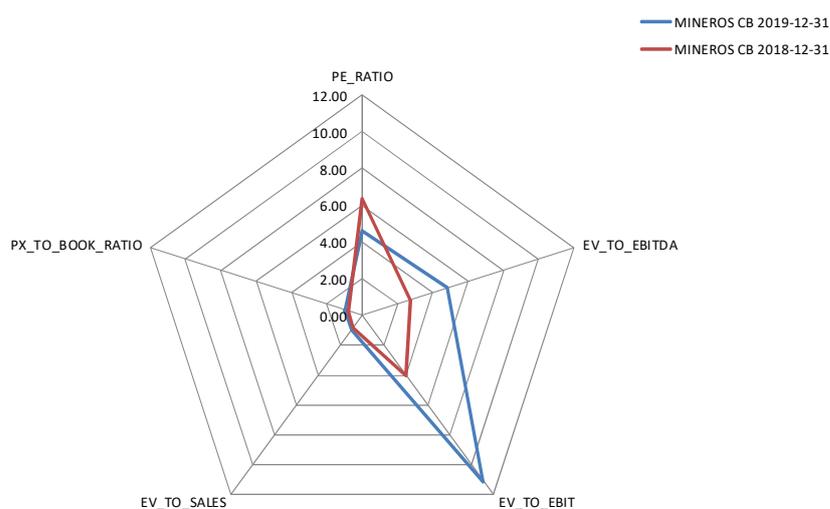
Ilustración 8. Comportamiento de Acción Mineros S.A vs. COLCAP Index and S&P Index



Fuente: Bloomberg Professional Service

En el marco de una estrategia de inversión en valor el análisis de la ilustración 9 resulta importante; esta araña del valor permite realizar un análisis intertemporal del comportamiento en los principales indicadores de crecimiento de la valoración de la empresa en el cumplimiento del Objeto Básico Financiero (OBF); como se observa en el diferencial 2018 – 2019, Mineros S.A. genera un fuerte cambio en el indicador EV to Ebit (la relación precio-ganancia), en este caso como el ratio creció este cambio se puede atribuir a que la empresa está generando menos beneficios por unidad de valor de empresa.

Ilustración 9. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Mineros S.A



Fuente: Bloomberg Professional Service

3.2.3. Grupo Aval Acciones y Valores S.A.

Grupo Aval Acciones y Valores S.A. opera como un conglomerado de empresas de inversión en acciones, bonos y otros instrumentos financieros en Colombia, principalmente en el sector financiero. De acuerdo con los datos suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 4) de la empresa Son Adminnegocios y CIA., Actiunidos S.A. e Inversiones Escorial.

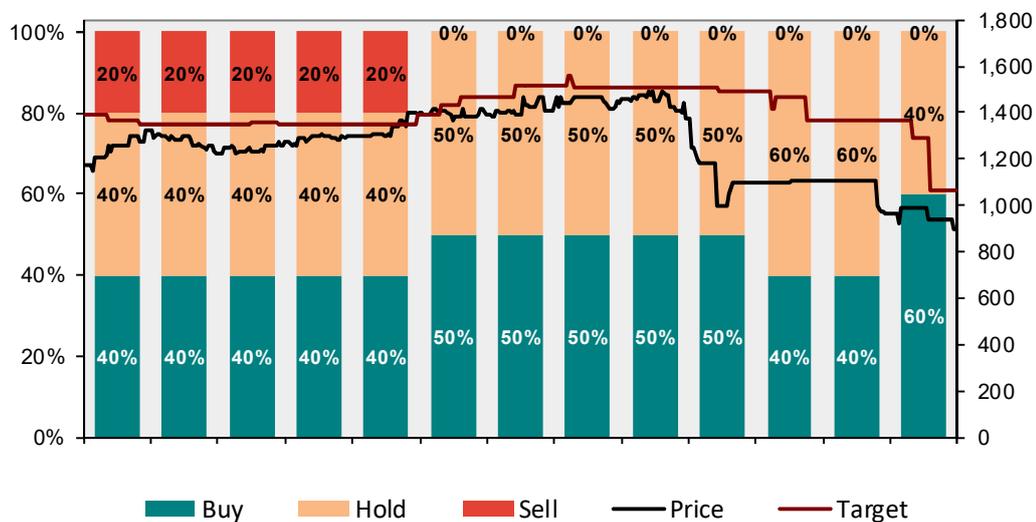
Tabla 4. Holders Grupo Aval Acciones y Valores S.A.

Holder Name	% Out
ADMINEGOCIOS Y CIA	40.26
ACTIUNIDOS SA	20.01
INVERSIONES ESCORIAL	8.39
INTRASSETS TRADING	6.52
RENDIFIN SA	4.2

Fuente: Bloomberg Profesional Service

Realizando un contraste con las recomendaciones de los analistas del mercado bursátil frente a la compra (buy), venta (sell) o mantener (hold) de la acción de Aval Acciones y Valores S.A. (ver ilustración 10), para el último medio año corrido, las recomendaciones se de compra se mantuvieron en un promedio de 45% durante el periodo, de otro lado durante el inicio del periodo las recomendaciones de vender se mantuvieron en 20%, hacia el final del periodo después de una ruptura al alza del precio estas recomendaciones se trasladaron a mantener que mantuvo un promedio de 48% durante todo el periodo. El comportamiento del precio y del target es consistente con la estrategia de inversión para realizar la selección de empresas.

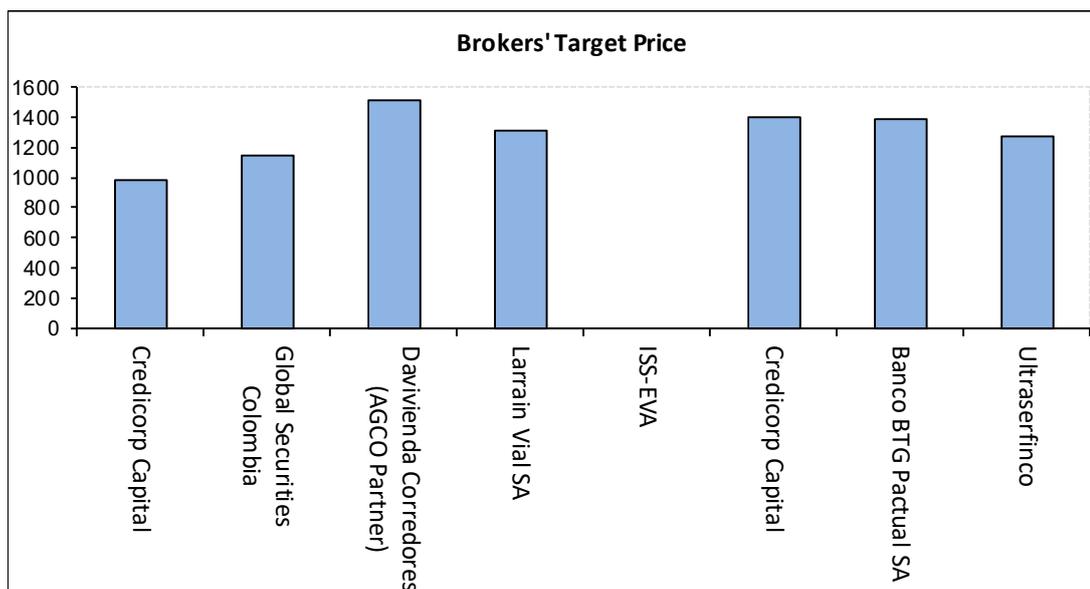
Ilustración 10. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Grupo Aval Acciones y Valores S.A.



Fuente: Bloomberg Professional Service

En la ilustración 11, se presenta las valoraciones realizadas por los principales analistas de bolsa para la acción de Grupo Aval Acciones y Valores S.A. durante el último trimestre de 2019. Credi Corp. Capital estima que el valor intrínseco más bajo de la acción está cercano a los \$1.000 pesos, por otro lado, Davivienda Corredores estima que el valor intrínseco de la acción esta alrededor de los \$1.600 pesos siendo esta la valoración más alta.

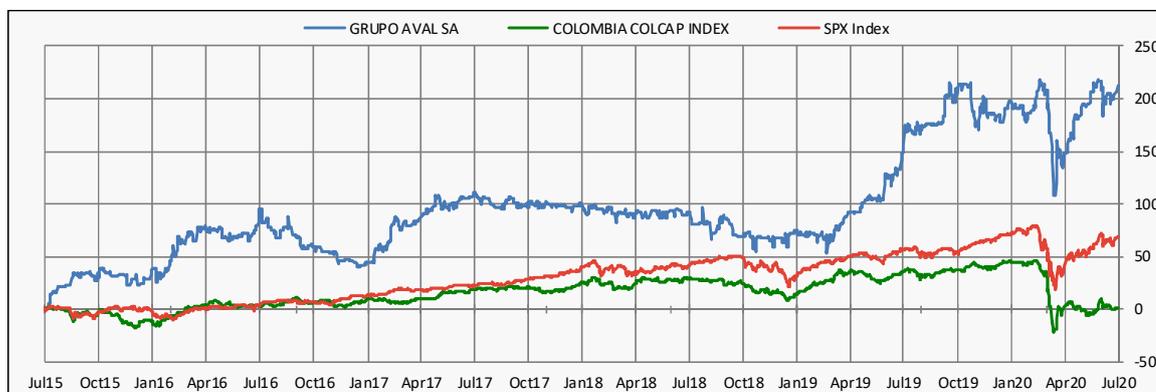
Ilustración 11. Target Price de Analistas de Grupo Aval Acciones y Valores S.A.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En la ilustración 12, se observa el comportamiento de la acción de Grupo Aval Acciones y Valores S.A. (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); se observa un conducta errática y volátil, dicho comportamiento puede generar grandes variaciones en la rentabilidad esperada del portafolio. Más adelante se aplicará análisis de riesgo para determinar el acceso final al portafolio.

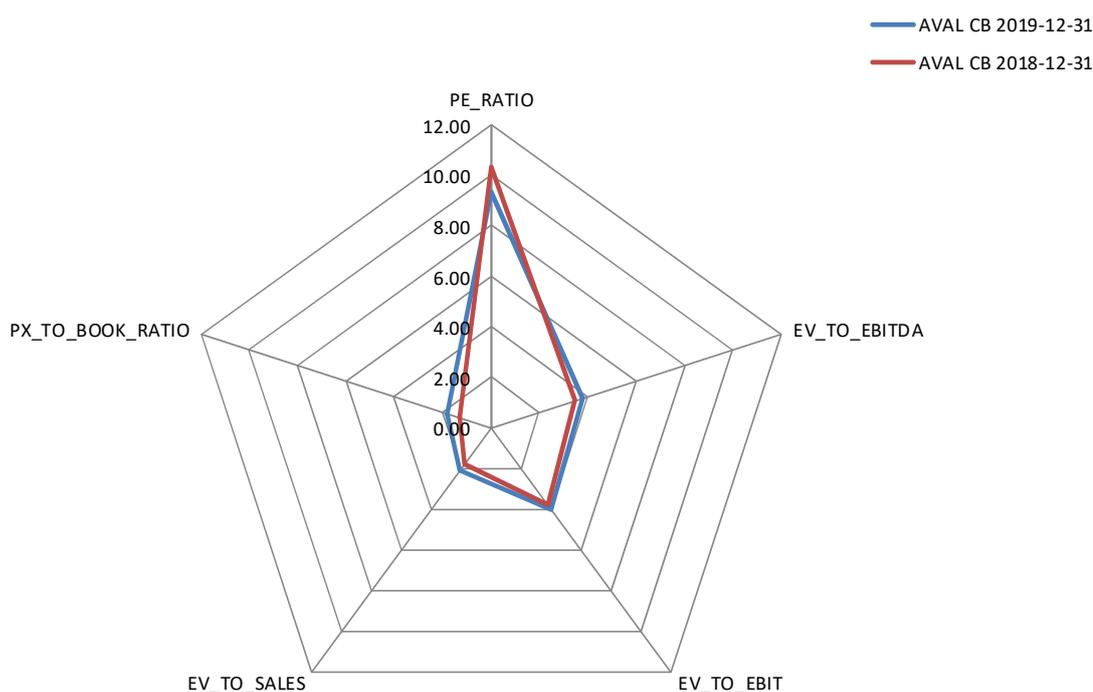
Ilustración 12. Comportamiento de Acción Grupo Aval Acciones y Valores S.A. vs. COLCAP Index and S&P Index



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En el marco de una estrategia de inversión en valor el análisis de la ilustración 13 resulta importante; esta araña del valor permite realizar un análisis intertemporal del comportamiento en los principales indicadores de crecimiento de la valoración de la empresa en el cumplimiento del Objeto Básico Financiero (OBF); como se observa en el diferencial 2018 – 2019, Grupo Aval Acciones y Valores S.A. genera un crecimiento uniforme en los indicadores de lo que permite justificar una posible buena selección de esta empresa como parte de la estrategia de diversificación de la inversión en la constitución de la cartera.

Ilustración 13. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Grupo Aval Acciones y Valores S.A.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

3.2.4. Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.

Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P. genera, transmite, distribuye y comercializa energía eléctrica, gas natural y otros combustibles líquidos en Colombia. De acuerdo con los datos

suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 5) de la empresa son la ciudad de Bogotá, Fondo de Pensiones Porvenir y Fondo de Pensiones Protección.

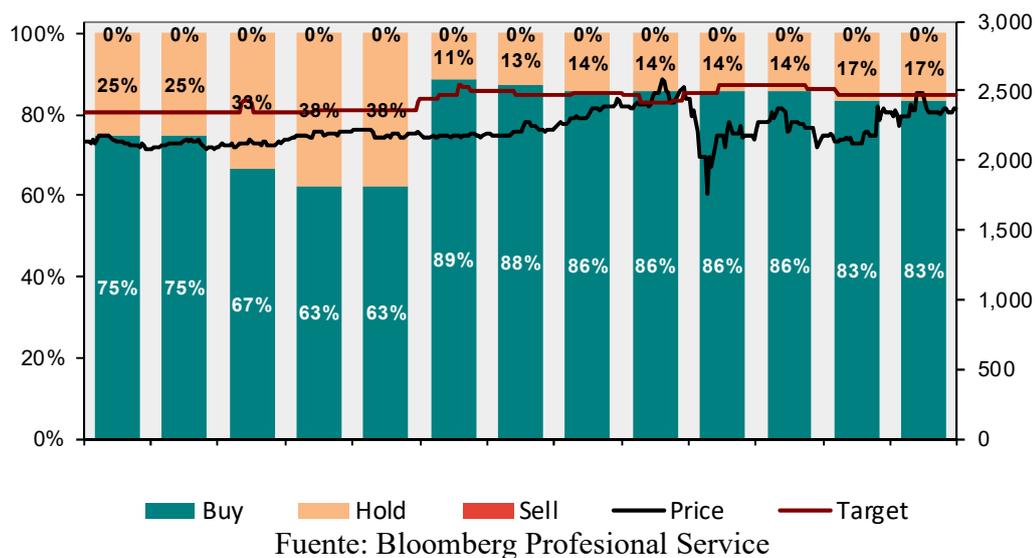
Tabla 5. Holders Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.

Holder Name	% Out
CITY OF BOGOTA	76.28
FDO PENSIONES OBLIG	7.31
FDO PENS OBLIG PROT	5.26
CORP FINANCIERA COLO	3.56
BLACKROCK	2.2

Fuente: Bloomberg Profesional Service

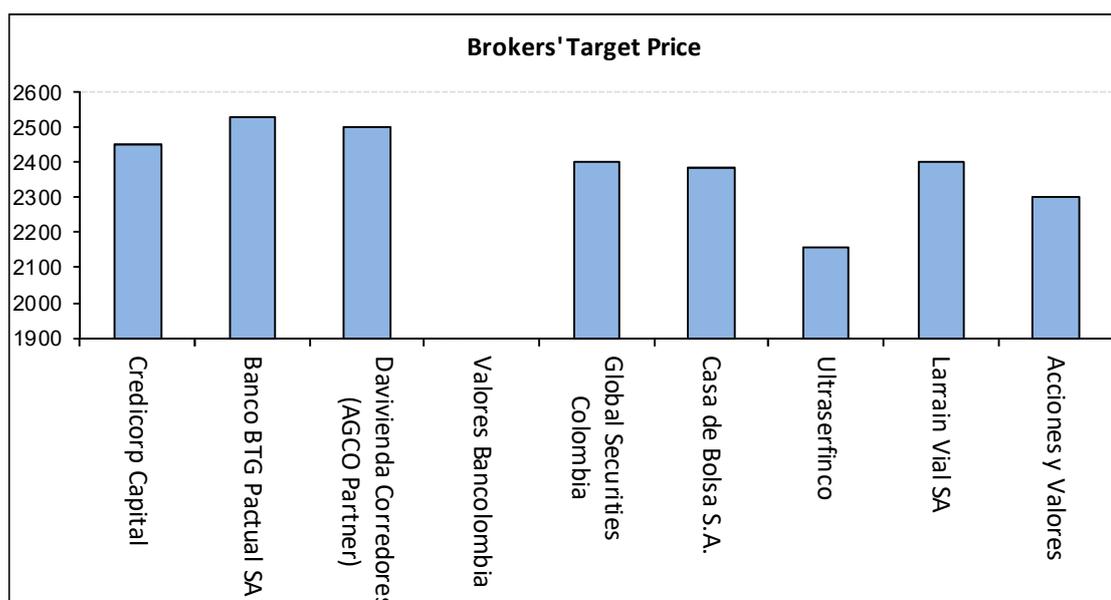
Realizando un contraste con las recomendaciones de los analistas del mercado bursátil frente a la compra (buy), venta (sell) o mantener (hold) de la acción de Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P. (ver ilustración 14), para el último medio año corrido, las recomendaciones de compra se mantuvieron constantes alrededor del 80%, y las de mantener en un 20%. El comportamiento del precio y del target es consistente con la estrategia de inversión para realizar la selección de empresas.

Ilustración 14. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.



En la ilustración 15, se presenta las valoraciones realizadas por los principales analistas de bolsa para la acción de Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P. durante el último trimestre de 2019. Ultraserfinco estima que el valor intrínseco más bajo de la acción está cercano a los \$2.200 pesos, por otro lado, Banco BTG estima que el valor intrínseco de la acción esta alrededor de los \$2.500 pesos siendo esta la valoración más alta.

Ilustración 15. Target Price de Analistas de Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.



Fuente: Bloomberg Professional Service

En la ilustración 16, se observa el comportamiento de la acción de Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P. (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); durante el periodo de análisis, se observa un comportamiento cercano al comportamiento del COLCAP y el Benchmark, por lo cual se considera como un activo útil en los procesos de inversión.

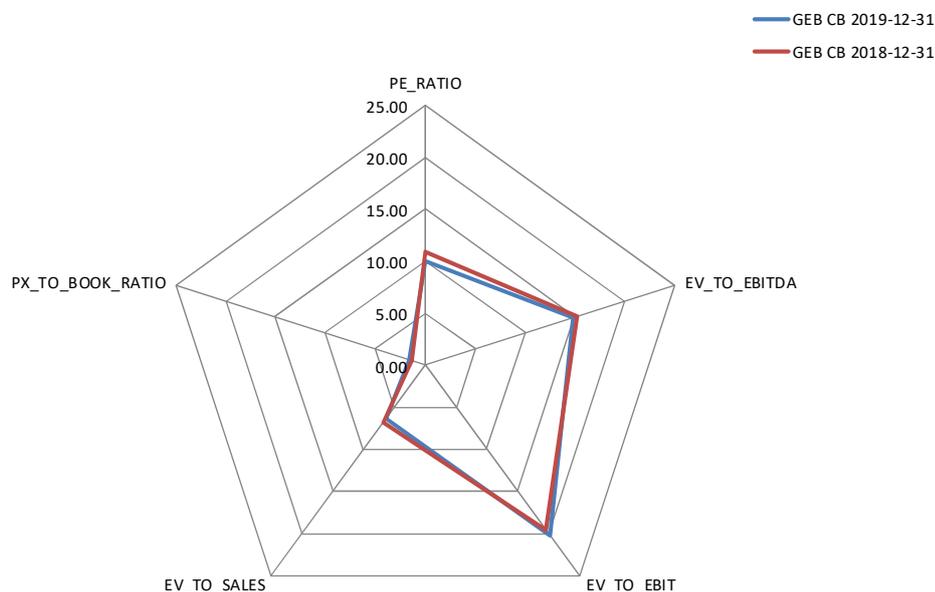
Ilustración 16. Comportamiento de Acción Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P. vs. COLCAP Index and S&P Index



Fuente: Bloomberg Professional Service

En el marco de una estrategia de inversión en valor el análisis de la ilustración 17 resulta importante; esta araña del valor permite realizar un análisis intertemporal del comportamiento en los principales indicadores de crecimiento de la valoración de la empresa en el cumplimiento del Objeto Básico Financiero (OBF); como se observa en el diferencial 2018 – 2019, Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P. un comportamiento similar, es decir, expresa una relativa estabilidad financiera, y comportamiento bursátil.

Ilustración 17. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Grupo Energía Bogotá S.A. E.S.P.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

3.2.5. Banco de Bogotá.

Banco de Bogotá es un banco comercial con 263 sucursales en Colombia. Presta primordialmente tanto a empresas como individuos, aunque no sea un prestamista hipotecario. Las subsidiarias son activas en arrendamiento y fondos de pensiones en Colombia y en banca en Panamá, las Bahamas, Miami y New York. De acuerdo con los datos suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 6) de la empresa Son Blackrock, Fiduciaria Bogotá S.A. y Dimensional Fund ADV.

Tabla 6. Holders Banco de Bogotá.

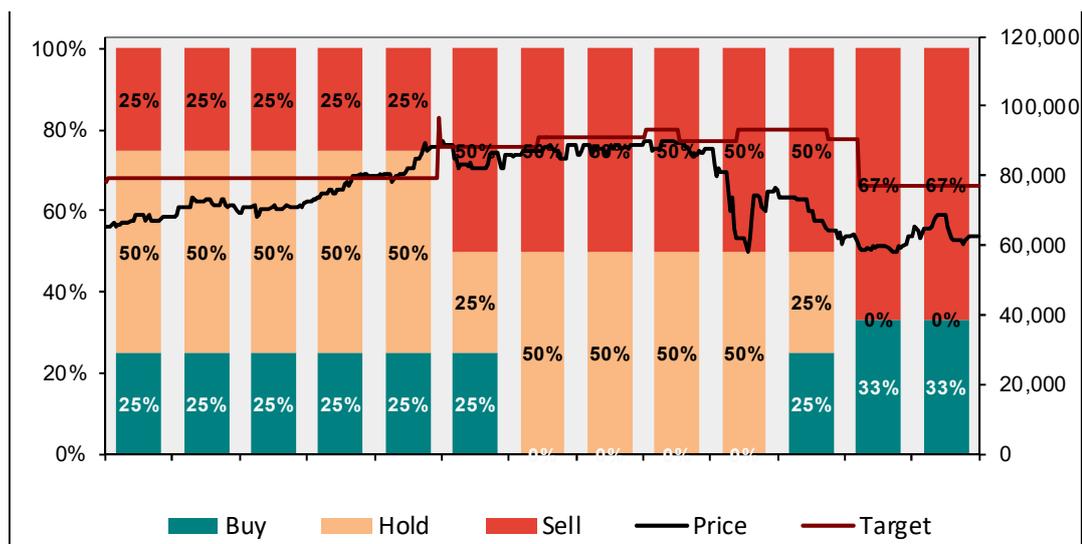
Holder Name	% Out
BLACKROCK	0.82
FIDUCIARIA BOGOTA SA	0.08
DIMENSIONAL FUND ADV	0.08
SVENSKA HANDELSBANKE	0.04

MIRAE ASSET GLOBAL I	0.02
----------------------	------

Fuente: Bloomberg Profesional Service

Realizando un contraste con las recomendaciones de los analistas del mercado bursátil frente a la compra (buy), venta (sell) o mantener (hold) de la acción de Banco de Bogotá (ver ilustración 18), para el último medio año corrido, las recomendaciones de compra se mantuvieron constantes alrededor del 25%, y las de mantener en un 30%. Resulta llamativo el incremento paulatino de las recomendaciones de venta que pasaron del 25% al 67% durante el año, en el marco aún durante un periodo de fortalecimiento del sector financiero en Colombia.

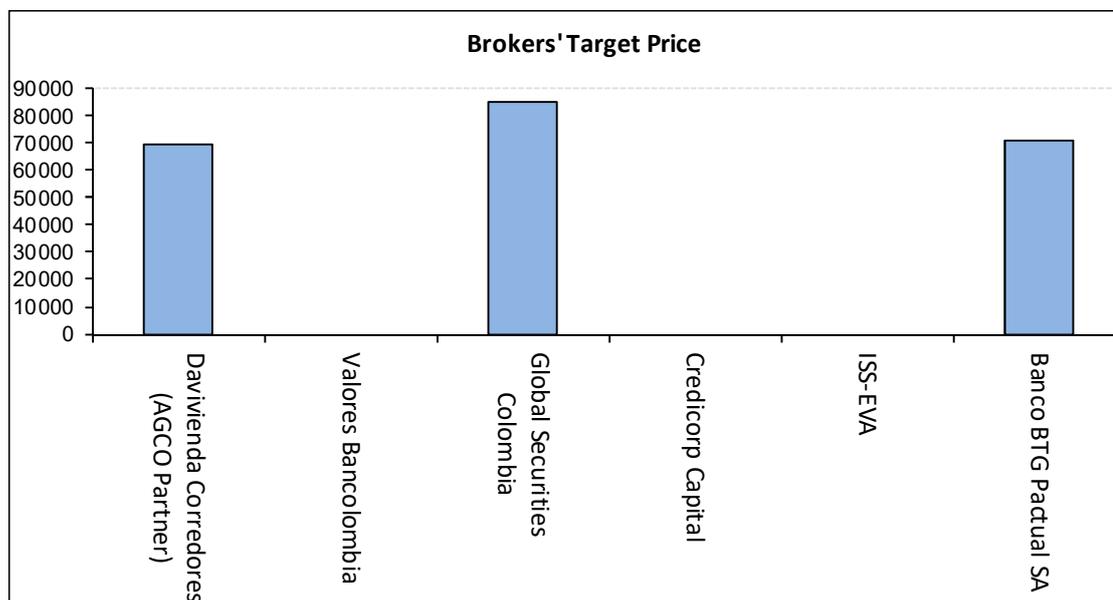
Ilustración 18. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Banco de Bogotá.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En la ilustración 19, se presenta las valoraciones realizadas por los principales analistas de bolsa para la acción de Banco de Bogotá, durante el último trimestre de 2019. Banco BTG estima que el valor intrínseco más bajo de la acción en \$70.000 pesos, por otro lado, Global Securities Colombia estima que el valor intrínseco de la acción por encima de los \$80.000 pesos siendo esta la valoración más alta.

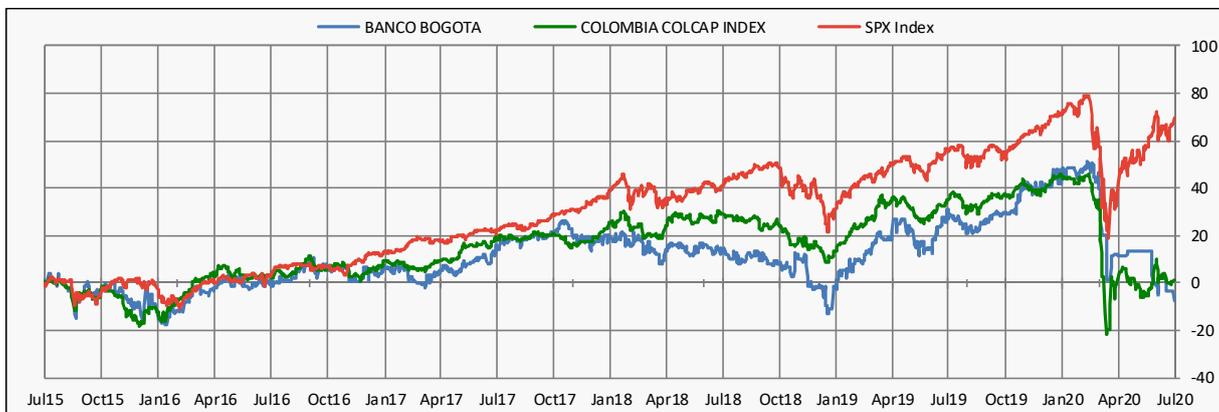
Ilustración 19. Target Price de Analistas de Banco de Bogotá.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En la ilustración 20, se observa el comportamiento de la acción de Banco de Bogotá (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); durante el periodo de análisis, se observa un comportamiento cercano al comportamiento del COLCAP y el Benchmark, por lo cual se considera como un activo útil en los procesos de inversión.

Ilustración 20. Comportamiento de Acción Banco de Bogotá. vs. COLCAP Index and S&P Index



Fuente: Bloomberg Professional Service

3.2.6. *Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.*

Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. transporta electricidad de alto voltaje en la red nacional de Colombia. La empresa opera y supervisa subestaciones y redes eléctricas, y ofrece servicios de análisis químico y mantenimiento. De acuerdo con los datos suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 7) de la empresa son Ministerio de Hacienda, Empresas Públicas de Medellín y Fondo de Pensiones Porvenir.

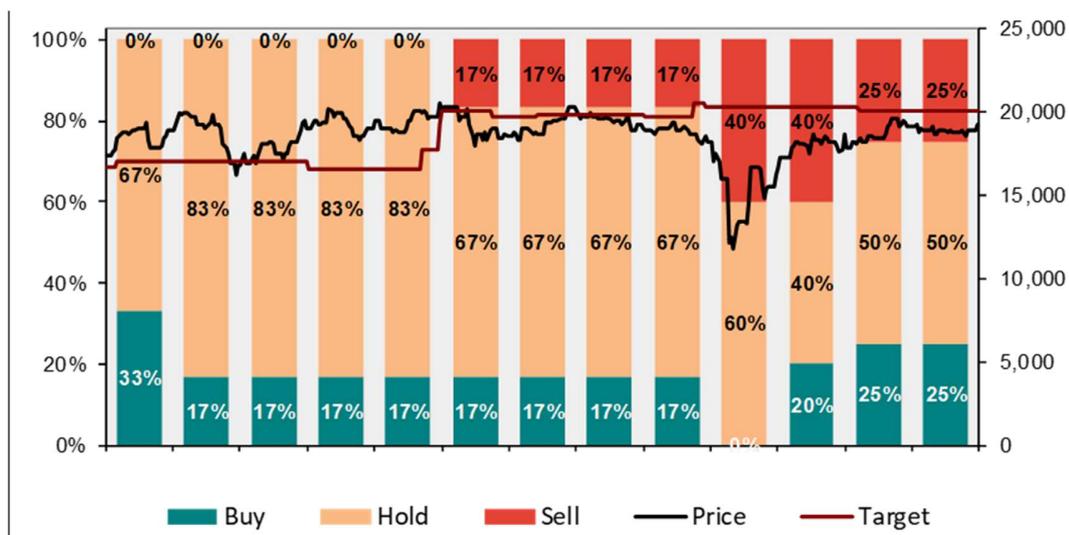
Tabla 7. Holders Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.

Holder Name	% Out
MINISTERIO DE HACIEN	51.41
EMPRESAS PUBLICAS DE	8.82
FDO PEN OBLIG PORVEN	8.67
FDO PENS OBLIG PROTE	5.83
BLACKROCK	3.82

Fuente: Bloomberg Professional Service

Realizando un contraste con las recomendaciones de los analistas del mercado bursátil frente a la compra (buy), venta (sell) o mantener (hold) de la acción de Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. (ver ilustración 21), para el último medio año corrido, las recomendaciones de mantener se mantuvieron constantes alrededor del 75%, y las de compra en un 20%. Resulta ruidoso como las recomendaciones de venta se elevaron hacia el final del periodo estrepitosamente llegando a ser hasta del 40%.

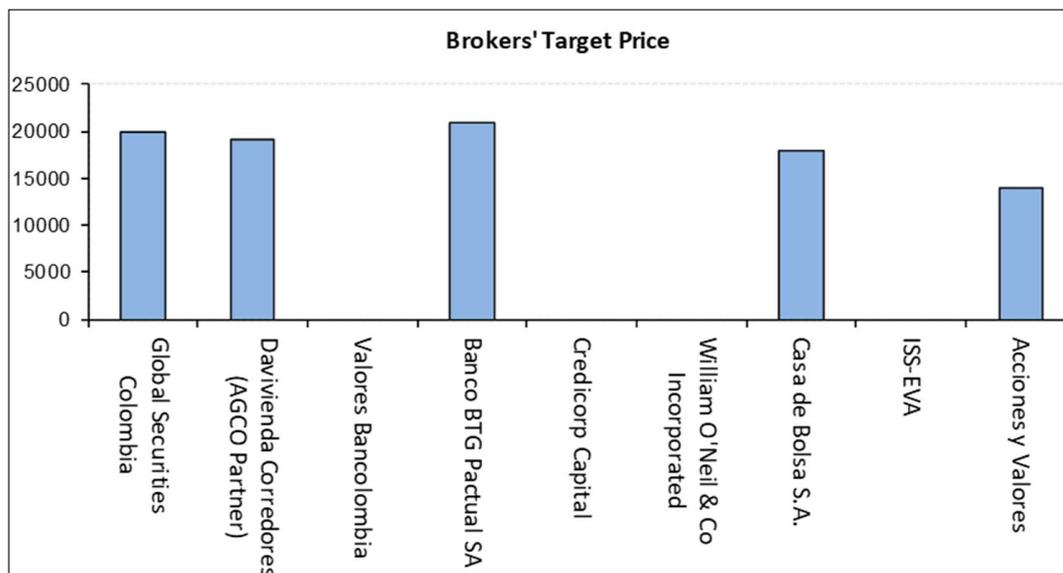
Ilustración 21. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En la ilustración 22, se presenta las valoraciones realizadas por los principales analistas de bolsa para la acción de Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. durante el último trimestre de 2019. Acciones y Valores estima que el valor intrínseco más bajo de la acción está cercano a los \$15.000 pesos, por otro lado, Banco BTG estima que el valor intrínseco de la acción esta alrededor de los \$20.000 pesos siendo esta la valoración más alta.

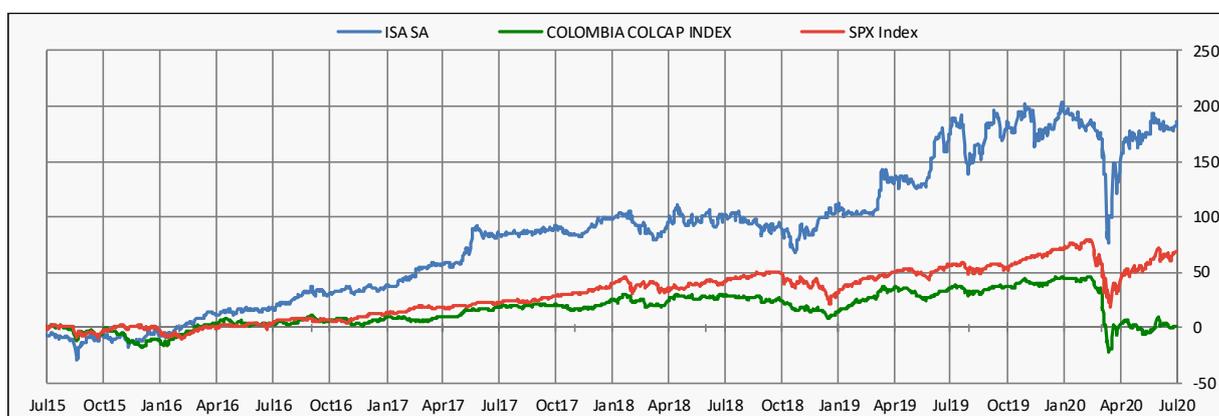
Ilustración 22. Target Price de Analistas de Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En la ilustración 23, se observa el comportamiento de la acción de Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); durante el periodo de análisis, se observa un comportamiento cercano al comportamiento del COLCAP y el Benchmark, con un efecto tendencial al alza mucho más pronunciado, por lo cual se considera como un activo útil en los procesos de inversión.

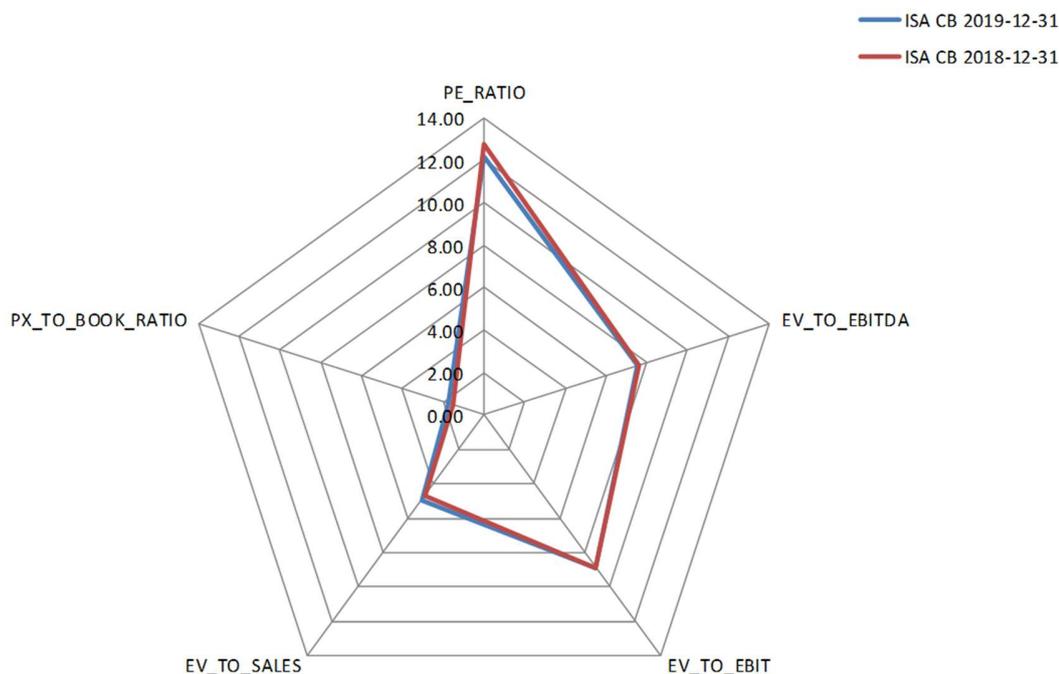
Ilustración 23. Comportamiento de Acción Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. vs. COLCAP Index and S&P Index



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En el marco de una estrategia de inversión en valor el análisis de la ilustración 24 resulta importante; esta araña del valor permite realizar un análisis intertemporal del comportamiento en los principales indicadores de crecimiento de la valoración de la empresa en el cumplimiento del Objeto Básico Financiero (OBF); como se observa en el diferencial 2018 – 2019, Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. un comportamiento similar, es decir, expresa una relativa estabilidad financiera, y comportamiento bursátil.

Ilustración 24. Comparativa de indicadores Financieros Relevantes Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P.



Fuente: Bloomberg Profesional Service

3.2.7. Grupo Bolívar S.A.

Grupo Bolívar SA es un conglomerado. Los servicios de la empresa incluyen inversiones en activos tangibles e intangibles valiosos, estructura y administración de carteras, asesoramiento de la administración, evaluación de distintas empresas y su puesta en marcha. De acuerdo con los datos suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 8) de la empresa son Universidad Externado de Colombia, JOTACORTES SAS y ACORTES SAS.

Tabla 8. Holders Grupo Bolívar SA.

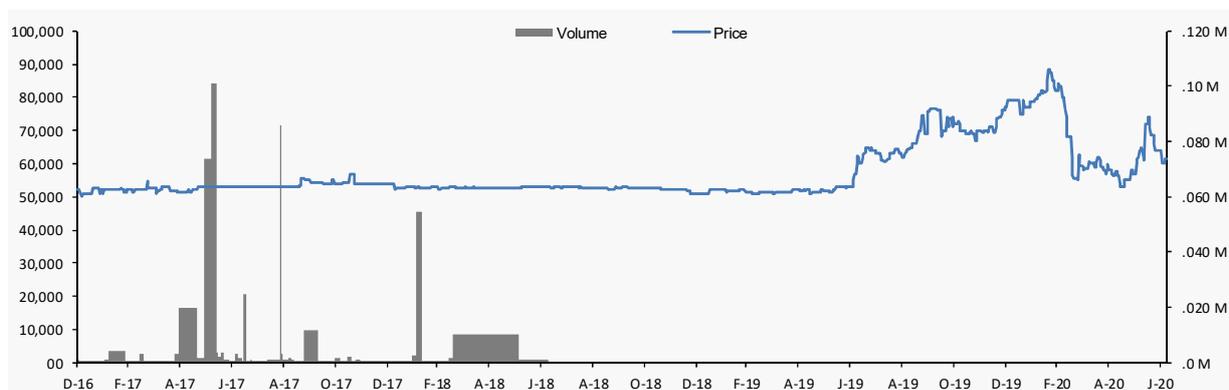
Holder Name	% Out
UNIVERS EXTERNADO CO	26.5
JOTACORTES SAS	8.54
ACORTES SAS	6.71

FUNDACION BOLIVAR VI	5.69
QUIEVI SAS	3.22

Fuente: Bloomberg Profesional Service

Realizando un análisis técnico exploratorio (ver ilustración 25), se observa que la acción de Grupo Bolívar S.A. es un título de baja liquidez, con poca fluctuación y escasa participación en el mercado; de esta manera puede estar siendo un título que genera estabilidad en el largo plazo y permite la generación de reserva de valor en la formulación de la cartera.

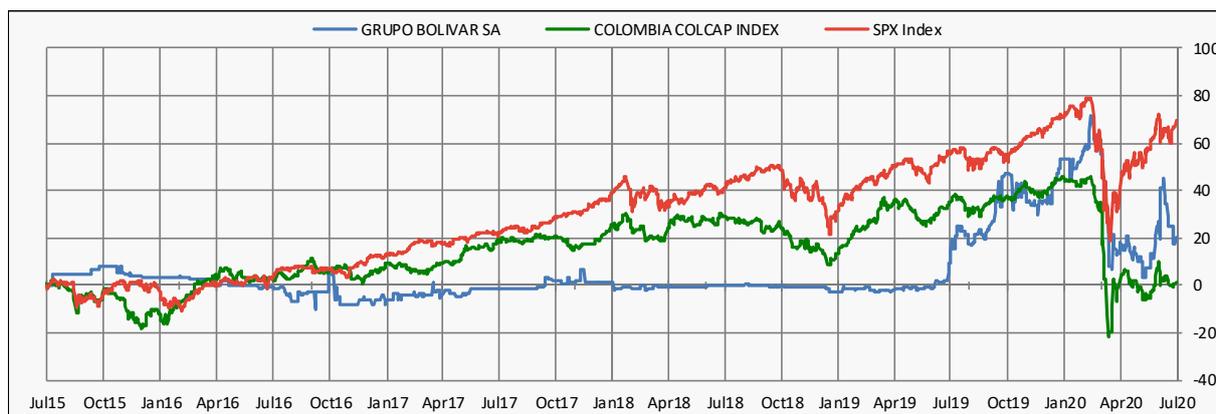
Ilustración 25. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Grupo Bolívar SA



Fuente: Bloomberg Profesional Service

En la ilustración 26, se observa el comportamiento de la acción de Grupo Bolívar SA. (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); durante el periodo de análisis, se observa un comportamiento cercano al comportamiento del COLCAP y el Benchmark, por lo cual se considera como un activo útil en los procesos de inversión.

Ilustración 26. Comportamiento de Acción Grupo Bolívar SA. vs. COLCAP Index and S&P Index



Fuente: Bloomberg Professional Service

3.2.8. Banco de Occidente S.A.

Banco de Occidente S.A. capta depósitos y ofrece servicios bancarios comerciales mediante sucursales y centros de servicios crediticios en Colombia. Por medio de filiales en Colombia, Panamá y Nassau, el banco también ofrece servicios de almacenaje, corretaje de valores y arrendamiento financiero. De acuerdo con los datos suministrados por Bloomberg, los principales Holders (ver tabla 9) de la empresa son Grupo AVAL Acciones y Seguros De Vida Alfa.

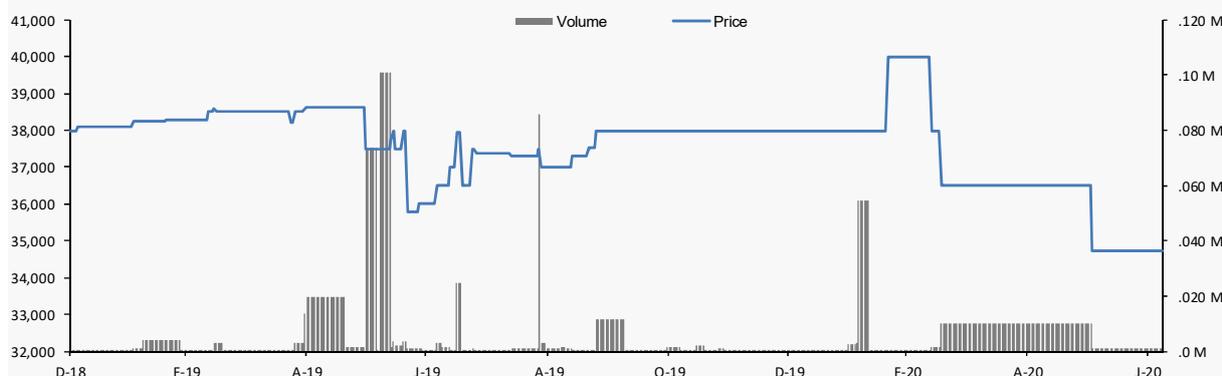
Tabla 9. Holders Banco de Occidente S.A.

Holder Name	% Out
GRUPO AVAL ACCIONES	72.27
SEGUROS DE VIDA ALFA	7.28

Fuente: Bloomberg Professional Service

Realizando un análisis técnico exploratorio (ver ilustración 27), se observa que la acción de Banco de Occidente S.A. es un título de baja liquidez, con poca fluctuación y escasa participación en el mercado; de esta manera puede estar siendo un título que genera estabilidad en el largo plazo y permite la generación de reserva de valor en la formulación de la cartera.

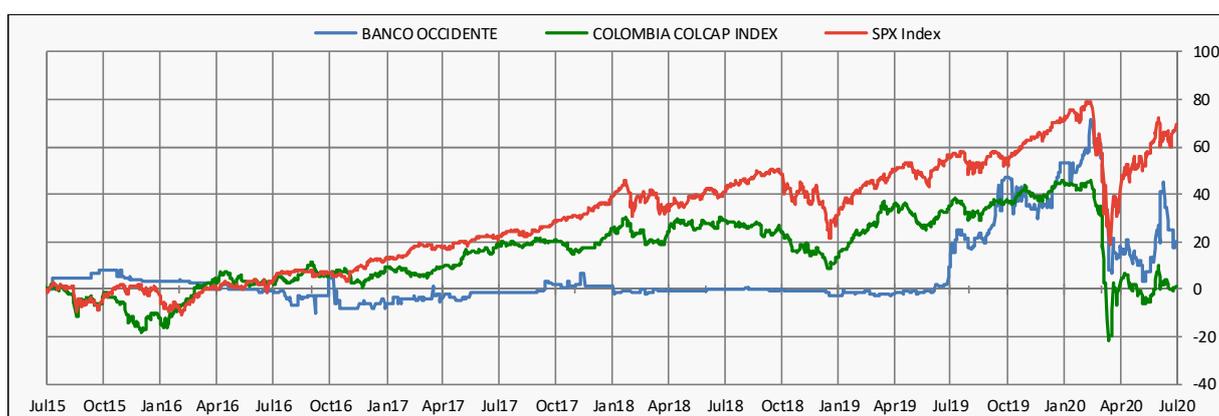
Ilustración 27. Recomendaciones de Compra y Venta vs Precio y Target Price Banco de Occidente S.A.



Fuente: Bloomberg Professional Service

En la ilustración 28, se observa el comportamiento de la acción de Banco de Occidente S.A. (en azul), el índice COLCAP (en verde) y el principal Benchmark para análisis financiero, el índice Stand and Poor (S&P Index en rojo); durante el periodo de análisis, se observa un comportamiento cercano al comportamiento del COLCAP y el Benchmark, con un efecto tendencial al alza mucho más pronunciado, por lo cual se considera como un activo útil en los procesos de inversión.

Ilustración 28. Comportamiento de Acción Banco de Occidente S.A. vs. COLCAP Index and S&P Index



Fuente: Bloomberg Professional Service

CAPITULO 4 RESULTADOS

De acuerdo con lo descrito en la metodología, primero se tomó información mensual a precio de cierre de las acciones para una muestra de 36 elementos correspondiente a los meses que comprenden los tres años objeto de estudio, esto para poder expresar la rentabilidad y volatilidad que representa cada acción en un mes.

En la tabla 10 se encuentran calculados los retornos mensuales, de acuerdo con lo descrito en la ecuación 1 descrita con anterioridad, cabe resaltar que, para dar aplicación al modelo se deben tener las rentabilidades de la inversión expresadas en porcentaje, por esta razón de los 36 precios se obtienen 35 rentabilidades expresadas en porcentaje.

La probabilidad de ocurrencia es asignada por igual para cada activo, por lo cual se asume equiprobabilidades para toda la muestra, esto quiere decir que la probabilidad de ocurrencia de dicha probabilidad en el periodo de la muestra para cada uno de los eventos es la misma.

*Tabla 10. Rentabilidad mensual (R_i) y Probabilidad de Ocurrencia (P_i).
Enero 2017 a diciembre 2019*

CORFICOL	MINEROS	AVAL	GEB	BOGOTA	ISA	GRUPOBOL	OCCID	Pi
-16.0847%	14.1015%	-4.7731%	1.1050%	-3.1565%	5.8841%	0.7281%	2.6811%	0.02778
-4.1049%	2.2705%	3.4938%	0.5479%	2.5533%	3.5091%	0.7986%	1.8349%	0.02778
0.2837%	5.9423%	-1.2959%	0.8163%	1.3356%	0.5159%	-2.4929%	-1.3072%	0.02778
-4.0468%	0.7663%	5.4982%	6.0465%	3.3913%	19.0011%	2.8710%	0.0000%	0.02778
-1.4111%	3.3774%	3.2391%	0.5089%	0.9573%	-5.5408%	0.0000%	-2.6668%	0.02778
7.8373%	-2.2389%	3.9067%	0.5063%	7.8160%	2.5168%	0.0000%	3.9740%	0.02778
-0.4853%	-0.3781%	0.3824%	-1.5267%	1.2839%	-2.3670%	0.0000%	0.0000%	0.02778
-0.3481%	-3.2727%	0.3810%	2.5318%	0.0000%	2.3670%	3.7041%	0.0000%	0.02778
-0.2793%	-2.1761%	2.9965%	-0.2503%	-7.1813%	-2.6668%	-1.8349%	0.0519%	0.02778
1.8019%	1.3903%	-4.1437%	3.6905%	4.5075%	3.5402%	-0.0370%	0.0000%	0.02778
0.2743%	-0.1974%	0.0000%	-2.6929%	0.4457%	2.8573%	0.0370%	1.2384%	0.02778
-8.2786%	-3.2131%	-4.3229%	0.7417%	-1.1330%	0.7018%	-1.8692%	-0.3082%	0.02778
-10.3378%	-2.0619%	0.8000%	0.0000%	-1.0247%	-4.2864%	0.0000%	0.3082%	0.02778
-1.8319%	0.0000%	-7.8716%	0.0000%	2.8373%	-2.8129%	-0.9479%	0.0000%	0.02778

3.6156%	-4.2560%	7.0716%	1.4670%	2.2996%	8.3502%	0.0000%	-1.2903%	0.02778
3.9762%	0.4338%	-0.4024%	0.4843%	0.6883%	-2.2347%	0.0000%	2.0566%	0.02778
0.9501%	1.2903%	-2.4491%	-1.4599%	-2.7232%	2.3728%	0.9479%	0.5076%	0.02778
-6.3836%	2.1142%	-5.0858%	-1.4815%	0.5857%	-2.0907%	0.0000%	1.2579%	0.02778
1.7522%	-7.6041%	3.8384%	1.7263%	0.7273%	-4.9072%	-0.3402%	0.0500%	0.02778
-9.4483%	-7.2546%	-4.2742%	-1.9754%	-3.6604%	-1.0409%	-0.6077%	-1.3079%	0.02778
-11.0424%	-3.2062%	-4.0094%	-7.7759%	-3.8307%	11.2193%	0.0000%	-1.2739%	0.02778
-5.2095%	0.2503%	-8.5360%	-0.5405%	-7.4901%	7.8756%	-0.4199%	0.0000%	0.02778
-13.1242%	2.2251%	-8.7912%	-4.1500%	-6.2520%	7.7304%	-2.4788%	-2.5975%	0.02778
14.7158%	-1.7263%	15.4923%	7.6124%	6.9232%	-0.4301%	1.9418%	0.2628%	0.02778
25.4234%	-11.0348%	7.1459%	6.5847%	5.4032%	0.4301%	-0.9662%	0.5236%	0.02778
7.8472%	20.0671%	5.0431%	1.7011%	4.4617%	13.2458%	-0.2333%	0.5208%	0.02778
1.7627%	4.4452%	1.6261%	7.2040%	4.2711%	-0.8811%	1.1995%	0.3112%	0.02778
-7.5087%	1.7242%	-6.6691%	-5.0585%	-4.2711%	2.3736%	-0.1925%	-2.9429%	0.02778
6.4699%	13.1928%	11.0091%	-0.4728%	1.8316%	9.7552%	2.0596%	-4.0822%	0.02778
8.1709%	14.9324%	-3.5367%	-0.4751%	6.1727%	-0.3365%	17.3538%	3.7617%	0.02778
-2.7008%	0.0000%	0.3992%	0.7117%	-0.7018%	2.1124%	-1.6318%	-1.0218%	0.02778
6.4063%	7.7558%	2.3623%	3.2561%	12.4334%	0.3295%	20.0964%	2.6668%	0.02778
3.7106%	0.1491%	4.1911%	-0.4587%	7.9124%	6.6797%	-5.1432%	0.0000%	0.02778
1.2295%	-4.7301%	2.9414%	0.9153%	-0.5994%	-2.7029%	-2.8171%	0.0000%	0.02778
4.4481%	1.5504%	5.9772%	1.1325%	-1.5847%	3.2144%	9.5310%	0.0000%	0.02778

Fuente: Elaboración Propia

Después de obtener las rentabilidades mensuales de cada acción, se aplicaron las ecuaciones 2 y 3 anteriormente planteadas, obteniendo la rentabilidad esperada y la desviación estándar de cada acción. Como se relaciona en la Tabla 11;

Tabla 11. Rentabilidad Esperada (Ri) y Desviación Estándar Promedio Mensual

Acción	Re	Desv. Est.
OCCID	0.0891%	1.7385%
GEB	0.5826%	3.1812%
BOGOTA	0.9786%	4.4500%
GRUPOBOL	1.0904%	4.9828%
AVAL	0.6009%	5.5128%
ISA	1.7179%	5.6974%
MINEROS	1.2397%	6.4486%
CORFICOL	-0.0542%	8.0404%

Fuente: Elaboración Propia

De los datos antes expuestos se puede analizar que, la acción que obtuvo mayor rentabilidad esperada fue Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P. con un 1,72% mensual, pero así mismo tuvo la tercera desviación estándar más alta del grupo de acciones con un 5.697% mensual, es decir, esta acción se desvía de su promedio en un porcentaje relativamente alto. En cambio, Banco de Occidente S.A. tuvo un comportamiento positivo con una rentabilidad esperada de 0,0891% y además su desviación estándar fue tan solo del 1,73% siendo las más baja del grupo.

Por otra parte, se pudo analizar que Corporación Financiera Colombiana S.A. tuvo la mayor desviación o riesgo para este periodo con un 8,04% y su rentabilidad esperada fue negativa en un -0,05% siendo el único título con un comportamiento bajo.

Como se introdujo con anterioridad, hasta este punto se ha calculado la rentabilidad posible, rentabilidad esperada y nivel de riesgo para activos individuales, claro está, como se ha descrito a lo largo de este documento que, en general, los agentes económicos racionales no colocan la totalidad de sus recursos en un solo activo, la mayoría de las veces, sino que buscan estrategias de diversificación que les permitan alcanzar un rendimiento estable.

Tabla 12. Matriz de Varianzas y Covarianzas

	CORFICOL	MINEROS	AVAL	GEB	BOGOTA	ISA	GRUPOBOL	OCCID
CORFICOL	0.6280%	-0.0188%	0.2886%	0.1428%	0.2276%	0.0281%	0.0988%	0.0310%
MINEROS	-0.0188%	0.4040%	-0.0122%	-0.0049%	0.0541%	0.1384%	0.1220%	0.0151%
AVAL	0.2886%	-0.0122%	0.2952%	0.0972%	0.1201%	0.0544%	0.0259%	-0.0011%
GEB	0.1428%	-0.0049%	0.0972%	0.0983%	0.0774%	0.0447%	0.0269%	0.0141%
BOGOTA	0.2276%	0.0541%	0.1201%	0.0774%	0.1924%	0.0271%	0.0909%	0.0326%
ISA	0.0281%	0.1384%	0.0544%	0.0447%	0.0271%	0.3153%	0.0010%	-0.0062%
GRUPOBOL	0.0988%	0.1220%	0.0259%	0.0269%	0.0909%	0.0010%	0.2412%	0.0355%
OCCID	0.0310%	0.0151%	-0.0011%	0.0141%	0.0326%	-0.0062%	0.0355%	0.0294%

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 13. Matriz de Correlaciones

	CORFICOL	MINEROS	AVAL	GEB	BOGOTA	ISA	GRUPOBOL	OCCID
CORFICOL	1.0000							
MINEROS	-0.0373	1.0000						
AVAL	0.6702	-0.0354	1.0000					
GEB	0.5748	-0.0245	0.5707	1.0000				
BOGOTA	0.6547	0.1941	0.5039	0.5627	1.0000			
ISA	0.0631	0.3877	0.1781	0.2540	0.1100	1.0000		
GRUPOBOL	0.2539	0.3908	0.0969	0.1749	0.4219	0.0037	1.0000	
OCCID	0.2281	0.1386	-0.0114	0.2631	0.4342	-0.0641	0.4219	1.0000

Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo con la tabla 13, en general los activos tienden a tener una correlación muy baja entre ellos, el activo que a priori tiene la mejor correlación con los otros activos es Mineros; la serie que mejor se relaciona es Aval y GEB con una correlación de -0,0354 y -0.0245 respectivamente, acorde a lo anterior, si se invierten una serie de recursos en la acción de Mineros, Aval y GEB, por ser acciones que tienen coeficiente de correlación negativo, pues, según la teoría de Markowitz el riesgo tiende a disminuir.

En la tabla 12, se encuentran los resultados de la matriz de Varianzas y Covarianzas, siguiendo a Roca (2011) “El cálculo de la varianza de la cartera requiere calcular las covarianzas de cada activo con todos los otros activos de la cartera.” (p. 340) esto debido a que se deben tener en cuenta la variación del retorno de cada activo con la serie que se esté relacionando, todo esto con el fin de poder determinar el riesgo del portafolio.

Para dar aplicabilidad a las fórmulas 6 y 7 expuestas en la metodología, conformar la primera cartera; Primero se ponderan los activos con porcentajes iguales, para conocer su retorno y riesgo, como punto de control como se relaciona en la tabla 14.

Tabla 14. Proporción de participación. Portafolio 1

Acción	% de Participación
CORFICOL	12.50%
MINEROS	12.50%
AVAL	12.50%
GEB	12.50%
BOGOTA	12.50%
ISA	12.50%
GRUPOBOL	12.50%
OCCID	12.50%
TOTAL	100.00%

Fuente: Elaboración Propia

Para el caso de control, se asume una inversión hipotética por valor de \$100.000.000, el cual fue dividido en partes iguales como se relaciona en la tabla, obteniendo una rentabilidad mensual de 0,781% y asumiendo un riesgo del 2,986%. Esto significa que para los escenarios que siguen a continuación sucede lo mismo, dependiendo el dinero que se desee invertir, las ponderaciones porcentuales son las que se recomiendan invertir de acuerdo con la teoría de portafolios.

4.1. Escenarios para la conformación del portafolio eficiente.

Con los resultados obtenidos anteriormente se tomará como referencia cinco (5) escenarios, estos servirán para determinar las fronteras eficientes de cada caso y es allí donde se ubicará el portafolio eficiente según la teoría de portafolios. Primero se hallan los portafolios con mínima desviación y máxima rentabilidad y a partir de ahí se estructuran los otros escenarios como se relaciona a continuación:

4.1.1. Portafolio de mínima varianza

Para determinar el portafolio que tenga el mínimo riesgo según se utiliza la herramienta Solver de Excel, para el caso con las acciones objeto de estudio, se ingresan parámetros donde se logre minimizar la desviación estándar, de acuerdo con los porcentajes de inversión para obtener la menor volatilidad, dando a conocer el escenario el inversionista tendría el menor riesgo al invertir sus recursos con una determinada rentabilidad. Aplicando Solver se tienen los siguientes resultados (ver tabla 15):

Tabla 15. Proporción de participación Mínima Varianza.

Acción	% de Participación
CORFICOL	0.000%
MINEROS	0.570%
AVAL	5.999%
GEB	3.492%
BOGOTA	0.000%
ISA	7.522%
GRUPOBOL	0.000%
OCCID	82.418%
TOTAL	100.00%

Fuente: Elaboración Propia

Aplicando la fórmula con estos porcentajes, se tiene como resultado una rentabilidad esperada mensual de **0,266%**, donde se recomienda invertir en Mineros, AVAL, GEB, ISA y Banco de Occidente.

Con esta ponderación la varianza del portafolio es de **0,0002%** y en términos de desviación estándar el riesgo del portafolio mensualmente es del **1,557%**, siendo el portafolio con menor riesgo, pues, se desvía de su promedio en un porcentaje bajo.

4.1.2. Portafolio de Máxima Rentabilidad.

Para determinar este portafolio también se usa Solver, para este caso se ingresan los parámetros a Solver, donde la celda objetivo es la rentabilidad esperada y lo que se busca es maximizarla, esta herramienta de Excel da a conocer el escenario donde un inversionista tendría la mayor rentabilidad al invertir sus recursos con un determinado riesgo. Aplicando Solver se tienen los siguientes resultados (tabla 16):

Tabla 16. Proporción de participación Máxima Rentabilidad.

Acción	% de Participación
CORFICOL	0.000%
MINEROS	0.000%
AVAL	0.000%
GEB	0.000%
BOGOTA	0.000%
ISA	100.000%
GRUPOBOL	0.000%
OCCID	0.000%
TOTAL	100.00%

Fuente: Elaboración Propia

Aplicando la fórmula con estos porcentajes, se tiene como resultado una rentabilidad esperada mensual de **1,718%**, donde se recomienda invertir solamente en ISA. Con esta ponderación la varianza del portafolio es de **0,0032%** y en términos de desviación estándar el riesgo del portafolio mensualmente es del **5,615%**, siendo el portafolio con mayor riesgo.

Para hallar los siguientes tres (3) escenarios que contribuyan a conformar la frontera eficiente, se tomó el valor de máxima desviación estándar se le restó el de mínima desviación y se dividió en 4 para obtener el intervalo de 1,015%, con ese dato se hallaron los porcentajes que se obtuvieron se relacionan en la tabla 17 y con ellos se parametriza Solver para conocer los retornos esperados:

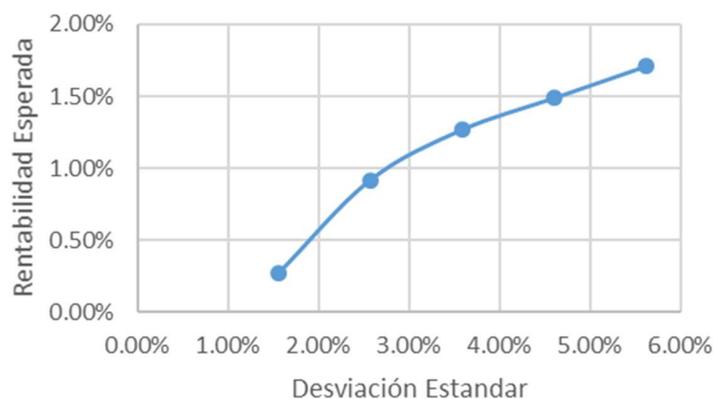
Tabla 17. Resultados por Escenarios.

Escenario	Desviación Estándar	Varianza	Rentabilidad Esperada
Mínima Varianza	1.557%	0.0002	0.27%
1	2.572%	0.0007	0.92%
2	3.586%	0.0013	1.27%
3	4.601%	0.0021	1.49%
Máxima Rentabilidad	5.615%	0.0032	1.71%

Fuente: Elaboración Propia

Teniendo en cuenta los resultados de la tabla anterior, se grafica la frontera eficiente, pues, en el marco de la teoría de Markowitz la frontera eficiente es la delimitación entre inversiones racionalmente aceptables e inversiones racionalmente no aceptables o no óptimas. Es decir, dónde están las combinaciones de rentabilidad – riesgo de todas las carteras eficientes que fueron halladas. Para graficar las fronteras eficientes se toman las desviaciones estándar de cada cartera estimada, con sus respectivas rentabilidades esperadas, como se relaciona en la ilustración 29.

Ilustración 29. Frontera Eficiente de Portafolios Posibles



Fuente: Elaboración Propia

La determinar la elección del portafolio, según la teoría de Markowitz, se puede concluir que esta se relaciona con la aversión o propensión al riesgo que esté dispuesto a asumir cada inversionista, pues, un inversionista de característica conservadora la elección del portafolio debe estar a la izquierda (ver ilustración 29); un inversionista que desea asumir un mayor riesgo la cartera a elegir estará situada a la derecha de la gráfica.

Tabla 18. Ratio Riesgo- Rentabilidad.

Escenario	Ratio Riesgo- Rentabilidad
Mínima Varianza	0.1708
1	0.3574
2	0.3539
3	0.3228
Máxima Rentabilidad	0.3049
Control	0.2616

Fuente: Elaboración Propia

En la tabla 18 se presenta una simplificación de la Ratio de Sharpe⁷, de acuerdo con esto, la cartera con mayor volatilidad tendrá un Sharpe Ratio más bajo, por lo que un inversionista buscará una configuración con el Sharpe Ratio más alto. Con base en los datos obtenidos la cartera del escenario 1 sería la escogida, con un valor de 0.3574, ese dato muestra cuan ajustada es la rentabilidad al riesgo asumido.

⁷ Sharpe Ratio mide el exceso de rentabilidad de la cartera después de restar el tipo de interés libre de riesgo, lo que representa la rentabilidad de una inversión sin riesgo relativo.

CAPITULO 5 CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta la diversificación como eje fundamental de la administración de inversiones basadas en valor, se aplicaron medidas estadísticas de dispersión, y análisis de rentabilidad, esto contribuyo a estructurar escenarios de mínima varianza y máxima rentabilidad, a partir del cual se estimó la frontera eficiente, allí se ubicaron los portafolios eficientes donde la elección por parte del inversionista depende de la propensión o aversión al riesgo que esté dispuesto a tolerar.

Para activos individuales se pudo analizar que la acción que obtuvo mayor rentabilidad esperada fue ISA con un 1,72% mensual, pero así mismo tuvo la segunda desviación estándar más alta del grupo de acciones con un 5,69% mensual. En cambio, Corficolombiana del sector financiero tuvo un comportamiento negativo con una rentabilidad esperada de -0,05% y además su desviación estándar del 8,04%.

En conclusión, con base en la simplificación de la Ratio de Sharpe, las estimaciones de rentabilidad y riesgo, la cartera del escenario 1 sería la escogida, con un valor de Sharpe ratio 0.3574, una rentabilidad mensual de 0.92% y un nivel de riesgo 2.572%; Evidenciando la cartera mejor ajustada a la rentabilidad teniendo en cuenta el riesgo asumido.

BIBLIOGRAFIA

Bernal, C. (2010). Metodología de la Investigación. Pearson, Bogotá.

Borge Vergara, J. & Cervantes Luna, M. (2012). Portafolios de inversión como alternativa para el aprovechamiento de los recursos remanentes de las empresas. Trabajo de Grado para optar al título de Administrador de Negocios Internacionales. Universidad del Rosario, Bogotá.

Castells, M. (1999). Globalización Identidad Y Estado En América Latina. Workpaper. Obtenido De https://flacsoandes.edu.ec/sites/default/files/agora/files/1266426228.globalizacion_castells.pdf

Crespo , J., & Fernandez , C. (2008). Descubriendo el mercado (I): Medidas de posición Central en Bolsa. Revista mensual de bolsas y mercados españoles, 61 - 64.

De la Cruz Vilcas, Huamán Tupac, & Salinas Arrollo. (2018). Optimización de portafolios de inversión para las compañías de seguros del Perú, ESAN School Business. Obtenido de: http://repositorio.esan.edu.pe/bitstream/handle/ESAN/1407/2018_MAF_16-1_07_T.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Delgado Vélez, L. D., & Durango Gutiérrez, M. P. (2018). Estructuración de un portafolio de inversiones con acciones colombianas.

Diaz Estrada. (2014). EBSCOHOST. Obtenido de Valor y Riesgo en portafolios de inversión, variables críticas calculadas con un sistema híbrido inteligente basado en CBR:

<https://web.a.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=4&sid=446d9d89-adda-4eb7-b28e-4ba7e26fc0dc%40sessionmgr4008>

Diaz Valencia, G. A. (2017). Scielo.org. Obtenido de La influencia de la vivienda en la aversion al riesgo de portafolios familiares: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-53462017000300089&lang=es#B12

EBSCOHOST. (abril de 2015). Obtenido de Effect of risk aversion on prioritizing conservation projects.

Ferreyra, A., & longhi, A. (2014). Metodologia De La Investigacion II. En A. Ferreyra, & A. L. longhi, Metodologia De La Investigacion II (pág. 18). Cordoba, Argentina: Encuentro Grupo Editor.

Garcia Bosa. (2013). Inversiones Financieras: Seleccion de Carteras. Piramide, 385.

Günter. (2018). la aportacion de la estadistica exploratoria en el analisis de datos. valparaiso: Perspectiva institucional Chile.

Hernandez, R., & Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación. Mexico : McGrawHill.

Macias Trejo, L., & Valdemar de la torre, O. (septiembre de 2017). Scielo.org. Obtenido de Los beneficios de la inversion socialmente responsable en el desempeño de fondo de pensiones mexicanos: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-53462017000300067&lang=es

- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1., pp. 77-91. Stable <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28195203%297%3A1%3C77%3APS%3E2.0.CO%3B2-1>
- Martines C, Hugo R, Perozo S, & Beatriz J. (2010). revista venezolana de Gerencia. Obtenido de Sistema de información gerencial para la optimización de portafolios de inversión: <https://www.redalyc.org/pdf/290/29015906005.pdf>
- Martines Palacios, M., Ortiz Ramirez, A., & Martinez Sanchez , J. (2017). Valuacion de opciones Asiaticas con precio de ejercicio flotante igual a la media aritmetica; un enfoque de control optimo estoclasico. Obtenido de Scielo.org: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-53462017000400389&lang=es
- Mejía Carvajal, O. (2002). Discusión Sobre La Teoría Moderna Del Portafolio: Aplicación De La Internacionalización Del Portafolio, Incluyendo El Caso Colombiano. *Estudios Gerenciales*, 18(83), 107-123.
- MinDefensa. (2019). Información Financiera del sector de Vigilancia y seguridad privada 2018 vigencia 2019. Obtenido de Superintendencia de vigilancia y seguridad privada: <https://www.supervigilancia.gov.co/publicaciones/7977/indicadores-financieros-del-sector-vigilancia-y-seguridad-privada-2018/>
- Osta, M. (2008). portafolios de inversión Carle & Andrioli. Obtenido de recuperado el 03 de septiembre del 2019: <http://carle-andrioli.com/español/boletines/nuevos/portafoliosdeinversion.pdf>

- Paris, & Zuluaga. (2015). Componentes básicos del problema de selección de portafolios de inversión. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana.
- Pérez, C. (2018). El sector de la seguridad y la vigilancia privada: evolución reciente y principales retos laborales, regulatorios y de supervisión. Bogotá: Cuadernos Fedesarrollo # 65.
- Reiter, B. (2015). EBSCO host. Obtenido de La Epistemología Y Metodología De La Investigación Exploratoria En Ciencias Sociales: Cruzando Popper con Marcuse: <http://web.b.ebscohost.com/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=13&sid=9c7a6667-4556-43e7-9489-af25346d7eb5%40sessionmgr101>
- Sierra Juárez, G., & Mendez Garcia, D. (2017). Scielo.org. Obtenido de Un modelo de inversión óptima para fondos soberanos: caso fondo mexicano del petróleo para la estabilización y el desarrollo: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-718X2017000300731&lang=es
- Superfinanciera. (1994). superfinanciera.gov. Obtenido de resolución 1447 de 1994: <https://www.superfinanciera.gov.co/inicio/resolucion-de--1594>
- Roca, F. (2011). Finanzas para emprendedores. Tercera edición. Universidad Francisco Marroquín, Guatemala.
- Zenios, & Stavros. (2016). Financial Optimization. New York: Cambridge University.